MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE
L'ALPHABÉTISATION ET DES LANGUES
NATIONALES

RÉPUBLIQUE DU MALI
Un Peuple – Un But – Une Foi

PROGRAMMES DE MATHÉMATIQUES EN VIGUEUR DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE GÉNÉRAL TECHNIQUE ET PROFESSIONNEL

CLASSES PREMIÈRES TOUTES SÉRIES

PROGRAMME DE 11è SCIENCES EXACTES (S.E)

(HORAIRE HEBDOMADAIRE : 8heures)

ALGÈBRE

A/ LES APPLICATIONS

A partir d'exemples simples on introduira les notions suivantes :

- Applications injectives, surjectives, bijectives.
- Application réciproque.
- Application composée.
- Restriction d'une application, prolongements.
- Image directe et image réciproque.

Il ne s'agit pas de faire une étude complète des applications et de leurs propriétés. Les notions abordées dans cette partie doivent permettre de formaliser ce qui a été déjà entrevu graphiquement en classe de 10ème afin de l'exploiter ultérieurement dans les situations précises: dénombrement, géométrie, fonctions.

B / FONCTIONS POLYNOMES ET FONCTIONS RATIONNELLES

L'étude des polynômes formels est exclue. On se limitera à l'étude des fonctions polynômes en s'attachant à faire acquérir aux élèves une certaine aisance dans la manipulation d'expressions littérales.
On utilisera la division euclidienne de deux polynômes de degré au plus égal à 4. On traitera quelques exemples simples de décomposition en éléments simples d'une fonction rationnelle en vue de la recherche ultérieure d'une éventuelle asymptote oblique en se limitant au cas où les degrés du numérateur et du dénominateur sont au plus égaux à 2.
- Généralités.
- Factorisation. divisibilité.
- Zéros d'une fonction polynôme.
- Signe de l'image d'un nombre réel par une fonction.

On veillera à utiliser le vocabulaire suivant : zéros d'un fonction polynôme, solution d'une équation.
On introduira la notion d'ordre de multiplicité d'un zéro.

C / ÉQUATIONS , INÉQUATIONS , SYSTÈMES :

Il s'agit dans cette partie de contrôler et de consolider les méthodes qui ont été étudiées en classe de 10ème .

Activités :
- Calcul de deux nombres dont le produit et la somme sont connus.
- Résolution d'équations bicarrées.
- Recherche des zéros d'une fonction polynôme de degré supérieure ou égal à 2.
- Résolution d'équations trigonométriques en utilisant un changement de variable.
- Résolution d'équations irrationnelles du type:

$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ et $\sqrt{f(x)} = ax + b$

où le degré de f et celui de g sont inférieurs ou égaux à 2 et d'inéquations irrationnelles du même type.
- Quelques exemples simples de résolution d'équations ou d'inéquations contenant un paramètre.

ANALYSE :

A/ SUITES NUMÉRIQUES :
- Initiation au raisonnement par récurrence.

Les exemples de démonstration par récurrence devront être simples mais on insistera sur l'exigence des deux hypothèses pour pouvoir conclure.
- *Suites arithmétiques, suites géométriques*.

On veillera à relier l'étude des suites arithmétiques et géométriques aux situations concrètes qu'elles permettent de décrire.

Définition d'une suite numérique.

Différents procédés de définition d'une suite devront être considérés:

$U_n = f(n)$, $U_{n+1} = f(U_n)$, graphique, tableau numérique.
- Suite monotone.
- Comparaison de deux suites.
- Suite convergente.

On admettra les théorèmes généraux sur les limites. (Somme, produits quotient).
- Sensibilisation aux méthodes numériques (encadrement de nombres réels, approximation des zéros d'une fonction numérique).
- Suite dont le terme général tend vers l'infini.

Pour les suites, comme pour les fonctions, les activités numériques et graphiques seront largement exploitées afin de faire ressortir les procédés de définition d'une suite et de constater ses propriétés et, plus particulièrement son éventuelle convergence.

A propos de la convergence on utilisera le plus souvent possible la comparaison avec la suite des inverses des entiers ou avec une suite géométrique appropriée.

B / <u>FONCTIONS NUMÉRIQUES D'UNE VARIABLE RÉELLE</u> :

I- <u>GÉNÉRALITÉS</u> :

Là encore il s'agit d'une formalisation et d'un complément à propos des notions qui ont été vues en classe de $10^{ème}$.

- Comparaison
- Opérations
- Fonctions associées à une fonction f :

$$x \mapsto f(x) + a$$
$$x \mapsto f(x-a)$$
$$x \mapsto kf(x)$$
$$x \mapsto f(kx)$$
$$x \mapsto |f(x)|$$

- Parité, périodicité, ensemble d'étude.

A propos des fonctions associées on fera ressortir de façon précises les techniques permettant de construire, à partir de la représentation graphique d'une fonction f étudiée au préalable, celles des fonctions:

$x \mapsto f(x) + a$, $x \mapsto f(x-a)$, $x \mapsto kf(x)$, $x \mapsto f(kx)$, $x \mapsto |f(x)|$

En particulier on mettra en évidence les transformations géométriques qui donnent pour image de la représentation graphique de f celles des fonctions :

$x \mapsto f(x) + a$, $x \mapsto f(x-a)$, $x \mapsto -f(x)$, $x \mapsto f(-x)$.

Ainsi à partir des « fonctions de référence » : $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto \frac{1}{x}$, on traitera des exemples pour obtenir les représentations graphiques de fonctions polynômes du second degré, de fonctions homographiques et de fonctions définies par morceaux qui coïncident sur chaque intervalle avec une fonction homographique ou polynôme de degré au plus égal à deux.

Une large place sera faite aux propriétés géométriques des représentations graphiques respectives des fonctions périodiques, paires, et impaires.

II– <u>ÉTUDE LOCALE D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE</u>

- Limite nulle en zéro.
- Limite d'une fonction en un point (on admettra les théorèmes classiques sur les limites).
- Limite à droite, limite à gauche.
- Continuité d'une fonction en un point (on admettra les théorèmes généraux sur la continuité) continuité à droite, continuité à gauche.
- Fonction dérivable en un point, nombre dérivé.
- Nombre dérivé à droite, nombre dérivé à gauche.
- Interprétation géométrique du nombre dérivé : équation de la tangente en un point de la courbe représentative.
- On admettra les règles de dérivation de la somme, du quotient et de la composée de deux fonctions dérivables.

On part de l'examen d'une figure, pour conjecturer l'existence d'une tangente à une courbe en un point. Les élèves ont déjà la notion intuitive de tangente à une courbe, elle ne sera définie, dans un premier temps, que graphiquement, grâce à l'étude d'un agrandissement d'une partie d'une courbe.
Dans le but de donner véritablement une définition mathématique de cette notion de tangente, on ramène le problème à l'étude d'une courbe contenant l'origine O et à l'éventuelle tangence de l'axe des abscisses à cette courbe en O. Ceci conduit alors à la recherche d'une limite nulle en zéro d'une fonction. La limite nulle en zéro d'une fonction g est alors définie en s'appuyant sur une majoration de $|g|$ par $k|j|$ où k est un nombre réel ($k > 0$) et j est l'une des fonctions $x \mapsto x$, $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto \sqrt{|x|}$ dont on a admis et constaté qu'elles admettaient une limite nulle en zéro.
On poursuit l'étude par : $n \in IN - \{ 0 \}$ $\lim\limits_{x \to 0} x^n = 0$
On a alors $\lim\limits_{x \to 0} g(x) = 1$ si et seulement si $\lim\limits_{x \to 0}[g(x) - 1] = 0$
De plus, si g est définie sur un intervalle de centre 0 alors le nombre réel l est la limite de g en zéro si et seulement si la restriction de g à $D_g - \{0\}$ a pour limite *1* en 0 et *g(0) = 1*.
Les théorèmes sur les opérations sur les limites sont alors admis
(y compris $|g|$ et $\sqrt{g}$). Ainsi, sans avoir donné une définition rigoureuse de la limite
- définition difficilement accessible aux élèves – on a mis en place un certain nombre d'outils et de méthodes, en particulier les majorations, qui permettent de conclure à l'existence d'une limite et de la calculer.

A partir de là, on définit le développement limité à l'ordre 1 d'une fonction *f* en *a*, puis la continuité de *f* en *a*, comme conséquence. Enfin viennent les notions de nombre dérivé en un point *a*, approximation affine et tangente à la courbe, puis sur des exemples, la notion de demi-tangente et les problèmes de « raccordement » .
Ainsi tout ce chapitre ne concerne que le comportement local d'une fonction au voisinage d'un point *a*.
- Extension de la notion de limite

III – ÉTUDE GLOBALE D'UNE FONCTION

- Continuité sur un intervalle.

On admettra que l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.
- Fonction dérivable sur un intervalle, fonction dérivée.
- Dérivées successives,
- Enoncé démonstration du théorème donnant le sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle à partir du signe de sa dérivée.

IV – <u>ÉTUDE DE QUELQUES EXEMPLES DE FONCTIONS</u>

On traitera des exemples d'étude de fonctions de types suivants :

- Fonctions polynômes.
- Fonctions homographiques.
- Fonctions du type x $\mapsto \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ avec a et d non nuls

(mise en évidence sur des exemples de la notion d'asymptote oblique)

- Fonctions rationnelles pour lesquelles on peut déterminer le signe de *f'(x)*
- Fonction sinus et cosinus (la valeur du nombre dérivé de la fonction sinus en 0 sera admise).

Ces exemples permettront d'illustrer les points suivants :

- notion d'extremum relatif,
- Résolution (avec discussion éventuelle) d'équations et d'inéquations par l'examen du graphique,
- Extension de la notion de limite avec les asymptotes.

L'étude systématique des branches infinies est hors programme. Pour les asymptotes obliques on mettra f(x) sous la forme $ax + b + g(x)$ où $g(x)$ tend vers zéro lorsque x tend vers l'infini

La recherche de points d'inflexion est hors programme.

Dans l'étude des fonctions trigonométriques, on justifiera à laide du cercle trigonométrique la majoration de $|\sin x|$ par $|x|$ d'où la limite en zéro, et on admettra que $\frac{\sin x}{x}$ admet 1 pour limite en zéro,

On trouve le nombre dérivé de la fonction sinus en zéro, puis celui de la fonction cosinus.

La dérivabilité des fonctions sinus, cosinus et tangente s'en déduit alors. On utilise ces résultats pour montrer, à l'aide d'exemples, la façon d'étudier des fonctions trigonométriques.

V– <u>PRIMITIVES DE FONCTIONS USUELLES</u> :

L'étude des primitives se limite à la lecture inverse du tableau des dérivées de fonctions usuelles et à l'unicité de la primitive d'une fonction continue sur un intervalle, prenant une valeur donnée en un point donné de cet intervalle.

Sur des exemples, l'interprétation de la primitive en tant qu'aire est abordée, mais la théorie sera étudiée en classe de terminale.

E/ GÉOMÉTRIE

GÉOMÉTRIE PLANE

- Rappels sur l’ensemble des vecteurs du plan.
- Angle orienté défini à partir d’un couple de vecteurs.

Les élèves ont vu, en $10^{\text{ème}}$ la notion d’angle orienté de deux vecteurs unitaires, on étend la notion à celle d’angle de vecteurs non nuls .Cette notion sera en effet utilisée pour le calcul des coordonnées polaires, l’expression analytique d’une rotation, la classification des isométries et des similitudes (conservation ou non de l’orientation des angles) et pour la trigonométrie. On se gardera cependant de tout exposé théorique sur l’ensemble des angles.

- Coordonnées polaires d’un point.

L’introduction des coordonnées polaires ne vise qu’à faciliter la construction de l’image d’un point par une rotation et d’en déduire plus aisément son expression analytique.

On utilisera sur quelques exemples le passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires en employant éventuellement une calculette.

- Vecteur normal à une droite.
- Distance d’un point à une droite.

On utilisera l’expression de la distance d’un point à une droite pour trouver une équation de quelques ensembles de points du plan (parabole, intersection d’un cercle et d’une droite, bissectrice).

- Equations normales d’une droite.
- Projection, isométries, similitudes: propriétés géométriques, expression analytique, image de figures simples, utilisation de ces applications du plan pour la résolution de problèmes de construction ou de configuration.

Les translations, homothéties, symétries orthogonales, projections orthogonales et rotations ont été étudiées dans les classes précédentes; il reste à voir cette année les symétries et les projections selon une direction quelconque ainsi que les similitudes.

On procèdera à l’étude géométrique de ces applications. Pour ce qui est des propriétés géométriques des applications ponctuelles, nombreuses sont celles qui sont déjà connues des élèves.

Il faudra les compléter et surtout les utiliser pour des problèmes de points mais il n’est pas question de les établir systématiquement dans le cours sous peine d’avoir un exposé encyclopédique.

L’élève doit être capable de trouver l’expression analytique d’une application ponctuelle en ayant choisi convenablement un repère. La recherche de la nature d’une application ponctuelle à partir de son expression analytique se fera sur quelques exemples judicieusement choisis. On ne demandera pas d’étudier les propriétés d’une application ponctuelle donnée sous forme analytique.

Devant une situation géométrique, par le biais d'énoncés soigneusement sélectionnés, le professeur devra développer des comportements véritablement formateurs pour l'élève, c'est - à -dire l'analyse de la situation et le choix de la méthode la plus efficace : raisonnement géométrique, calcul analytique dans un repère judicieusement choisi.

A partir d'exemples d'applications affines du programme la notion de linéarité des applications vectorielles associées est abordée; à ce propos on pourra définir la matrice d'une application linéaire. Il n'est pas question de faire une étude des applications linéaires pour elles mêmes, encore moins de faire une étude développée des matrices.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE :

- Espace et parallélisme. Il s'agit de consolider la représentation de l'espace vue en $10^{\text{ème}}$.
- Repérage d'un point de l'espace.
- Orthogonalité dans l'espace : droites orthogonales, droites et plans orthogonaux, plans perpendiculaires.
- Vecteurs de l'espace: définition, opérations, base.
  Dans l'espace la nouveauté est le calcul vectoriel considéré comme une extension du calcul vectoriel du plan. Seules sont au programme les notions de vecteurs colinéaires, de vecteurs coplanaires et de base à l'exclusion de toute généralisation aux notions de familles génératrices libres ou liées.
  (base = triplet de vecteurs non coplanaires)
- Produit scalaire :définition, propriétés, bases orthogonales, bases orthonormées, expression dans une base orthonormée.
  Le produit scalaire de vecteurs coplanaires : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ étant deux vecteurs, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \overline{AB}\cdot\overline{AC'}$ où C' est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB). Il suffit de se ramener au plan (ABC) pour déduire toutes les propriétés du produit scalaire sauf pour $\vec{u}\cdot(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{u}\cdot\vec{w}$ lorsque $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas coplanaires, égalité que l'on déterminera en utilisant la propriété de linéarité de la projection vectorielle
- Droites et plans : Caractérisations vectorielles, équations cartésiennes, représentations paramétriques, vecteur normal à un plan, distance d'un point à un plan, étude analytique du parallélisme et de l'orthogonalité de droites et de plans
- Approche géométrique de projections, translations, homothéties, symétries par rapport à un plan.

TRIGONOMÉTRIE :

- Calculs sur les angles orientés. Mesure d'un angle orienté
  Les élèves connaissent la détermination principale sur $]-\pi ; \pi]$
  de la mesure d'un angle orienté, on introduira ici la notion de congruence modulo 2π, grâce à la somme d'angles orientés et les différentes déterminations de la mesure d'un angle orienté. On admettra pour simplifier, l'abus qui consiste à appeler «une mesure» d'un angle orienté une détermination de sa mesure, et «la mesure», sa détermination principale.

- Formules usuelles de transformation.
  On démontrera la formule « $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$ » en utilisant le produit scalaire $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OM'}$ où M et M' sont les points du cercle trigonométrique associés respectivement à b et à a.
  On se réfèrera le plus souvent possible au cercle trigonométrique afin de faciliter la mémorisation des formules.
- Equations dans $\mathbb{R}$: $\sin x = a$; $\cos x = a$; $\tan x = a$; $a \cos x + b \sin x + c=0$.
- Résolution d'inéquations $\sin x < a$; $\cos x < a$.
- Etude des fonctions sinus, cosinus, tangente et fonctions associées.

DÉNOMBREMENT- PROBABILITÉ :

Dénombrement :

- Etude d'exemples simples et variés de dénombrement.
  On mettra en place des techniques de dénombrement par calcul direct (sans faire intervenir de formule):
  Schéma arborescent, utilisation des suites à p éléments distincts ou autres techniques permettant de dénombrer tous les cas possibles. Puis on mettra en évidence l'intérêt de donner des formules qui permettent de résoudre un certain nombre d'exercices se ramenant au dénombrement d'applications injectives, de bijections, de parties d'un ensemble.
- Nombre d'applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini, nombre d'applications injectives d'un ensemble fini à *p* éléments dans un ensemble fini à *n* éléments (arrangement : notation A_n^p), nombre de bijections d'un ensemble fini à *n* éléments dans un ensemble fini à *n* éléments (permutations, notation *n*!) ; nombre de parties à *p* éléments d'un ensemble de *n* éléments (combinaisons, notation C_n^p) On fera vérifier les relations : $C_n^p = C_n^{n-p}$; $C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p$
  On donnera le principe du triangle de Pascal.

<u>PROBABILITÉ</u> :

- Sur des exemples simples on introduira le vocabulaire : épreuve, univers, éventualité ainsi que les notions de : événement, événement réalisé, événement certain, événement impossible, événement contraire d'un événement, événements incompatibles
- Pour une épreuve donnée on étudiera la probabilité qu'un événement se réalise. On calculera à partir des dénombrements cette probabilité en se limitant au cas de l'équiprobabilité des éventualités.

<u>STATISTIQUE</u> :

Introduction du vocabulaire et des notions statistiques : distribution ou série statistique, effectifs, effectifs cumulés, fréquences, fréquences cumulées
Caractéristiques de position (mode, moyenne, médiane)
Mode de représentation d'une distribution statistique
L'élève doit savoir organiser et représenter des données fournies à l'état brut.
L'élève doit savoir analyser, sur un exemple, un tableau de données (calcul de fréquences, moyenne) mais les définitions générales des concepts mis en jeux ne sont pas exigibles.
Caractéristiques de dispersion
Variance, écart-type..

PROGRAMME DE $1^{ère}$ T I–TGC

(**T**echnique **I**ndustrie – **T**echnique **G**énie **C**ivil)

HORAIRE HEBDOMADAIRE : (6heures)

ALGÈBRE

A/ LES APPLICATIONS

A partir d'exemples simples on introduira les notions suivantes :

- Applications injectives, surjectives, bijectives.
- Application réciproque.
- Application composée.
- Restriction d'une application, prolongements.
- Image et image réciproque.

Il ne s'agit pas de faire une étude exhaustive des applications et de leurs propriétés. Les notions abordées dans cette partie doivent permettre de formaliser ce qui a été déjà entrevu graphiquement en classe de $10^{è}$ afin de l'exploiter ultérieurement dans les situations précises : dénombrement, géométrie, fonctions.

B / FONCTIONS POLYNOMES ET FONCTIONS RATIONNELLES

L'étude des polynômes formels est exclue. On se limitera à l'étude des fonctions polynômes en s'attachant à faire acquérir aux élèves une certaine aisance dans la manipulation d'expressions littérales.

On utilisera la division euclidienne de deux polynômes de degré au plus égal à 4.

On traitera quelques exemples simples de décomposition en éléments simples d'une fonction rationnelle en vue de la recherche ultérieure d'une éventuelle asymptote oblique en se limitant au cas où les degrés du numérateur et du dénominateur sont au plus égaux à 2.

- Généralités.
- Factorisation. Divisibilité.
- Zéros d'une fonction polynôme.
- Signe de l'image d'un nombre réel par une fonction.

On veillera à utiliser le vocabulaire suivant : zéros d'un fonction polynôme, solution d'une équation. On introduira la notion d'ordre de multiplicité d'un zéro.

C / ÉQUATIONS , INÉQUATIONS , SYSTÈMES :

Il s'agit dans cette partie de contrôler et de consolider les méthodes qui ont été étudiées en classe de $10^{ème}$.

Activités **:**
- Calcul de deux nombres dont le produit et la somme sont connus.
-Résolution d'équations bicarrées.
-Recherche des zéros d'une fonction polynôme de degré supérieure à 2.
- Résolution d'équations trigonométriques en utilisant un changement de variable.
- Résolution d'équations irrationnelles du type : $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ et $\sqrt{f(x)}$ = ax +b
où le degré de f et celui de g sont inférieurs ou égaux à 2 et d'inéquations irrationnelles du même type .
- Quelques exemples simples de résolution d'équations ou d'inéquations contenant un paramètre.

ANALYSE :

A/ SUITES NUMÉRIQUES :

-Initiation au raisonnement par récurrence.
Les exemples de démonstration par récurrence devront être simples mais on insistera sur l'exigence des deux hypothèses pour pouvoir conclure.
- Suites arithmétiques, suites géométriques.
On veillera à relier l'étude des suites arithmétiques et géométriques aux situations concrètes qu'elles permettent de décrire.
- Définition d'une suite numérique.
Différents procédés de définition d'une suite devront être considérés :
$U_n = f(n)$, $U_{n+1} = f(U_n)$, graphique, tableau numérique.
- Suite monotone.
- Comparaison de deux suites.
- Suite convergente.
On admettra les théorèmes classiques sur les limites. (Somme, produits quotient).
- Sensibilisation aux méthodes numériques (encadrement de nombres réels, approximation des zéros d'une fonction numérique).
- Suites dont le terme général tend vers l'infini.

Pour les suites, comme pour les fonctions, les activités numériques et graphiques seront largement exploitées afin de faire ressortir les procédés de définition d'une suite et de constater ses propriétés et, plus particulièrement son éventuelle convergence .A propos de la convergence on utilisera le plus souvent possible la comparaison avec la suite des inverses des entiers ou avec une suite géométrique appropriée.

B / FONCTIONS NUMÉRIQUES D'UNE VARIABLE RÉELLE :

I- GÉNÉRALITÉS :

Là encore il s'agit d'une formalisation et d'un complément à propos des notions qui ont été vues en classe de $10^{\text{ème}}$.

– Comparaison
- Opérations
- Fonctions associées à une fonction f :

$$x \mapsto f(x) + a$$
$$x \mapsto f(x-a)$$
$$x \mapsto k\,f(x)$$
$$x \mapsto f(kx)$$
$$x \mapsto |f(x)|$$

- Parité, périodicité, ensemble d'étude.

A propos des fonctions associées on fera ressortir de façon précise les techniques permettant de construire, à partir de la représentation graphique d'une fonction f étudiée au préalable, celles des fonctions :

$x \mapsto f(x) + a$, $x \mapsto f(x-a)$, $x \mapsto k\,f(x)$, $x \mapsto f(kx)$, $x \mapsto |f(x)|$

En particulier on mettra en évidence les transformations géométriques qui donnent pour image de la représentation graphique de f celles des fonctions :

$x \mapsto f(x) + a$, $x \mapsto f(x-a)$, $x \mapsto -f(x)$, $x \mapsto f(-x)$,

Ainsi à partir des « fonctions de référence » : $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto \frac{1}{x}$, on traitera des exemples pour obtenir les représentations graphiques de fonctions polynômes du second degré, de fonctions homographiques et de fonctions définies par morceaux qui coïncident sur chaque intervalle avec une fonction homographique ou polynôme de degré au plus égal à deux.

Une large place sera faite aux propriétés géométriques des représentations graphiques respectives des fonctions périodiques, paires, et impaires.

II – ÉTUDE LOCALE D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE :

- Limite nulle en zéro.
- Limite d'une fonction en un point (on admettra les théorèmes classiques sur les limites). Limite à droite, limite à gauche.
- Continuité d'une fonction en un point (on admettra les théorèmes généraux sur la continuité) continuité à droite, continuité à gauche.
- Fonction dérivable en un point, nombre dérivé.
- Nombre dérivé à droite, nombre dérivé à gauche.
- Interprétation géométrique du nombre dérivé : équation de la tangente en un point de la courbe représentative.
- On admettra les règles de dérivation de la somme, du quotient et de la composée de deux fonctions dérivables.

On part de l'examen d'une figure, pour conjecturer l'existence d'une tangente à une courbe en un point. Les élèves ont déjà la notion intuitive de tangente à une courbe, elle ne sera définie, dans un premier temps, que graphiquement, grâce à l'étude d'un agrandissement d'une partie d'une courbe
Dans le but de donner véritablement une définition mathématique de cette notion de tangente, on ramène le problème à l'étude d'une courbe contenant l'origine O et à l'éventuelle tangence de l'axe des abscisses à cette courbe en O
Ceci conduit alors à la recherche d'une limite nulle en zéro d'une fonction
La limite nulle en zéro d'une fonction g est alors définie en s'appuyant sur une majoration de $|g|$ par k $|j|$ où k est un nombre réel (k > 0) et j est l'une des fonctions $x \mapsto x$; $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto \sqrt{|x|}$ dont on a admis et constaté qu'elles admettaient une limite nulle en zéro.
On poursuit l'étude par : n $\in IN - \{0\}$ $\lim_{x \to 0} x^n = 0$
On a alors $\lim_{x\to 0} g(x) = 1$ si et seulement si $\lim_{x\to 0}[g(x) - 1] = 0$
De plus, si g est définie sur un intervalle de centre 0 alors le nombre réel est la limite de g en zéro si et seulement si la restriction de g à $D_g - \{0\}$ a pour limite *1* en 0 et g(0) = *1*.
Les théorèmes sur les opérations sur les limites sont alors admis (y compris $|g|$ et $\sqrt{g}$). Ainsi, sans avoir donné une définition rigoureuse de la limite

- définition difficilement accessible aux élèves
- on a mis en place un certain nombre d'outils et de méthodes, en particulier les majorations, qui permettent de conclure à l'existence d'une limite et de la calculer.

A partir de là, on définit le développement limité à l'ordre *1* d'une fonction *f* en a, puis la continuité de f en a, comme conséquence. Enfin viennent les notions de nombre dérivé en un point a, approximation affine et tangente à la courbe, puis sur des exemples, la notion de demi- tangente et les problèmes de « raccordement » .
Ainsi tout ce chapitre ne concerne que le comportement local d'une fonction au voisinage d'un point a.
Extension de la notion de limite

III – ÉTUDE GLOBALE D'UNE FONCTION :

- Continuité sur un intervalle.
  On admettra que l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle
- Fonction dérivable sur un intervalle, fonction dérivée.
- Dérivées successives,
- Enoncé démonstration du théorème donnant le sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle à partir du signe de sa dérivée.

IV– ÉTUDE DE QUELQUES EXEMPLES DE FONCTIONS

On traitera des exemples d'étude de fonctions des types suivants :

- Fonctions polynômes.
- Fonctions homographiques.
- Fonctions du type $x \to \dfrac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ avec a et d non nuls

(mise en évidence, sur des exemples de la notion d'asymptote oblique)

- Fonctions rationnelles pour lesquelles on peut déterminer le signe de f(x).
- Fonction sinus et cosinus (la valeur du nombre dérivé de la fonction sinus en 0 sera admise).

Ces exemples permettront d'illustrer les points suivants :

- notion d'extremum relatif,
- résolutions (avec discussion éventuelle) d'équations et d'inéquations par l'examen du graphique,
- extensions de la notion de limite avec les asymptotes.

L'étude systématique des branches infinies et hors programme. Pour les asymptotes obliques on mettra f(x) sous la forme ax + b + g(x) où g(x) tend vers zéro lorsque x tend vers l'infini

La recherche de points d'inflexion est hors programme.

Dans l'étude des fonctions trigonométriques, on justifiera à l'aide du cercle trigonométrique la majoration de $|\sin x|$ par $|x|$ d'où la limite en zéro, et on admettra que $\dfrac{\sin x}{x}$ admet 1 pour limite en zéro,

On trouve le nombre de la fonction sinus en zéro, puis celui de la fonction cosinus. La dérivabilité des fonctions sinus, cosinus et tangente s'en déduit alors. On utilise ces résultats pour montrer, à l'aide d'exemples, la façon d'étudier des fonctions trigonométriques.

V– PRIMITIVES DE FONCTIONS USUELLES :

L'étude des primitives se limite à la lecture inverse du tableau des dérivés de fonctions usuelles et à l'unicité de la primitive d'une fonction continue sur un intervalle, prenant une valeur donnée en un point donné de cet intervalle.

Sur des exemples, l'interprétation de la primitive en tant qu'aire est abordée, mais la théorie sera étudiée en classe de terminale.

GÉOMÉTRIE

GÉOMÉTRIE PLANE

- Rappels sur l'ensemble des vecteurs du plan.
- Angle orienté défini à partir d'un couple de vecteurs.

  Les élèves ont vu, en 10ème la notion d'angle orienté de deux vecteurs unitaires, on étend la notion à celle d'angle de vecteurs non nuls .Cette notion sera en effet utilisée pour le calcul des coordonnées polaires, l'expression analytique d'une rotation, la classification des isométries et des similitudes (conservation ou non de l'orientation des angles) et pour la trigonométrie. On se gardera cependant de tout exposé théorique sur l'ensemble des angles.
- Coordonnées polaires d'un point.

  L'introduction des coordonnées polaires ne vise qu'à faciliter la construction de l'image d'un point par une rotation et d'en déduire plus aisément son expression analytique.

  On utilisera sur quelques exemples le passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires en employant éventuellement une calculette.
- Vecteur normal à une droite.
- Distance d'un point à une droite.

  On utilisera l'expression de la distance d'un point à une droite pour trouver une équation de quelques ensembles de points du plan (parabole, intersection d'un cercle et d'une droite, bissectrice).
- Equations normales d'une droite.
- Projection, isométries, similitudes : propriétés géométriques, expression analytique, image de figures simples, utilisation de ces applications du plan pour la résolution de problèmes de construction ou de configuration.

  Les translations, homothéties, symétries orthogonales, projections orthogonales et rotations ont été étudiées dans les classes précédentes ; il reste à voir cette année les symétries et les projections selon une direction quelconque ainsi que les similitudes.

  On procèdera à l'étude géométrique e ces applications .Pour ce qui est des propriétés géométriques des applications ponctuelles, nombreuses sont celles qui sont déjà connues des élèves .Il faudra les compléter et surtout les utiliser pour des problèmes de points mais il n'est pas question de les établir systématiquement dans le cours sous peine d'avoir un exposé encyclopédique.

  L'élève doit être capable de trouver l'expression analytique d'une application ponctuelle en ayant choisi convenablement un repère. La recherche de la nature d'une application ponctuelle donnée sous forme analytique.

  Devant une situation géométrique, par le biais d'énoncés soigneusement sélectionnés, le professeur devra développer des comportement véritablement formateurs pour l'élève, c'est-à-dire l'analyse de la situation et le choix de la méthode la plus efficace : raisonnement géométrique, calcul analytique dans un repère judicieusement choisi.

A partir d'exemples d'applications affines du programme la notion de linéarité des applications vectorielles associées est abordée ;à ce propos on pourra définir la matrice d'une application linéaire. Il n'est pas question de faire une étude des applications linéaires pour elles mêmes, encore moins de faire une étude développée des matrices.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE :

- Espace et parallélisme. Il s'agit de consolider la représentation de l'espace vue en $10^{\text{ème}}$.
- Repérage d'un point de l'espace.
- Orthogonalité dans l'espace : droites orthogonales, droites et plans orthogonaux, plans perpendiculaires.
- Vecteurs de l'espace : définition, opérations, base.
  Dans l'espace la nouveauté est le calcul vectoriel considéré comme une extension du calcul vectoriel du plan. Seules sont au programme les notions de vecteurs colinéaires, de vecteurs coplanaires et de base à l'exclusion de toute généralisation aux notions de familles génératrices libres ou liées.
  (base = triplet de vecteurs non coplanaires)
- Produit scalaire : définition, propriétés, bases orthogonales, bases orthonormées, expression dans une base orthonormée.
  Le produit scalaire de vecteurs coplanaires $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ étant définit par :
  $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overline{AB}.\overline{AC'}$ où C' est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB).
  Il suffit de se ramener au plan (ABC) pour déduire toutes les propriétés du produit scalaire sauf pour $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$ lorsque $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas coplanaires, égalité que l'on déterminera en utilisant la propriété de linéarité de la projection vectorielle
- Droites et plans : Caractérisations vectorielles, équations cartésiennes, représentations paramétriques, vecteur normal à un plan, distance d'un point à un plan, étude analytique du parallélisme et de l'orthogonalité de droites et de plans
- Approche géométrique de projections, translations, homothéties, symétries par rapport à un plan.

TRIGONOMÉTRIE :

- Calculs sur les angles orientés. Mesure d'un angle orienté
  Les élèves connaissent la détermination principale sur $]-\pi\,;\,\pi]$ de la mesure d'un angle orienté, on introduira ici la notion de congruence modulo 2π, grâce à la somme d'angles orientés et les différentes déterminations de la mesure d'un angle orienté .On admettra pour simplifier, l'abus qui consiste à appeler «une mesure» d'un angle orienté une détermination de sa mesure, et «la mesure», sa détermination principale.

- Formules usuelles de transformation.
  On démontrera la formule « cos(a – b) = cosa cosb + sina sinb » en utilisant le produit scalaire $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OM'}$ où M et M’ sont les points du cercle trigonométrique associés respectivement à b et à a.
  On se réfèrera le plus souvent possible au cercle trigonométrique afin de faciliter la mémorisation des formules.
- Equations dans IR : sinx = a ; cosx = a ; tanx = a ; a cosx + b sinx + c = 0.
- Résolution d’inéquations sinx < a ; cosx < a .
- Etude des fonctions sinus, cosinus, tangente et fonctions associées.

DÉNOMBREMENT- PROBABILITE :

Dénombrement.

- Etude d’exemples simples et variés de dénombrement.
  On mettra en place des techniques dénombrement par calcul direct (sans faire intervenir de formule) :
  Schéma arborescent, utilisation de suites à p éléments distincts ou autres techniques permettant de dénombrer tous les cas possibles. Puis on mettra en évidence l’intérêt de donner des formules qui permettent de résoudre un certain nombre d’exercices se ramenant au dénombrement d’applications injectives, de bijections, de parties d’un ensemble.
- Nombre d’applications d’un ensemble fini dans un ensemble fini, nombre d’applications injectives d’un ensemble fini à *p* éléments dans un ensemble fini à *n* éléments (arrangement : notation A_n^p) , nombre de bijections d’un ensemble fini à n éléments dans un ensemble fini à n éléments (permutations, notation: n!); nombre de parties à p éléments d’un ensemble de n éléments (combinaisons, notation C_n^p)
  On fera vérifier les relations : $C_n^p = C_n^{n-p}$; $C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p$
  On donnera le principe du triangle de Pascal.

Probabilité

- Sur des exemples simples on introduira le vocabulaire : épreuve, univers, éventualité ainsi que les notions de : événement, événement réalisé, événement certain, événement impossible, événement d’un événement, événements incompatibles
- Pour une épreuve donnée on étudiera on étudiera la probabilité qu’un événement se réalise. On calculera à partir des dénombrements cette probabilité en se limitant au cas de l’équiprobabilité des éventualités

STATISTIQUE :

Introduction du vocabulaire et des notions statistiques : distribution ou série statistique, effectifs, effectifs cumulés, fréquences, fréquences cumulées
Caractéristiques de position (mode, moyenne, médiane)
Mode de représentation d'une distribution statistique
L'élève doit savoir organiser et représenter des données fournies à l'état brut,
L'élève doit savoir analyser, sur un exemple, un tableau de données (calcul de fréquences, moyenne) mais les définitions générales des concepts mis en jeux ne sont pas exigibles.
Caractéristiques de dispersion
Variance, écart-type.

UTILISATION D'UNE CALCULATRICE :

Dans le cas où les calculatrices programmables sont disponibles dans les établissements, leur utilisation est obligatoire chaque fois que la leçon s'y prête.

La calculatrice sera utilisée en tant qu'outil et non un objet de cours. Il s'agira donc de faire découvrir son fonctionnement à travers la résolution de problèmes.

<u>En classe de 10ème</u>

- Trigonométrie :
- Usage des tables trigonométriques
- Changement d'unité
- Calcul dans IR
- Fonction numérique d'une variable réelle : - dresser un tableau de valeur
- Equations – Inéquations : Résolution d'équations du second degré.

<u>En classe de 11ème</u>.

- Equations, inéquations, systèmes.
- Suites numériques
- Fonctions numériques d'une variable réelle
- Trigonométrie :-Équations dans IR – Étude des fonctions sinus, cosinus, etc.
- Dénombrement – Probabilité -Statistique

<u>En classe de terminale</u> :

- Arithmétique : PGCD- Recherche de nombres premiers,
- Suites numériques
- Fonctions numériques : Résolution de f(x) = 0 par la méthode de dichotomie et de Newton.
- Intégrale : calcul approché d'une intégrale par la méthode des rectangles.
- Statistiques.

PROGRAMME DE 11ème SCIENCES BIOLOGIQUES

HORAIRE HEBDOMADAIRE (5 heures)

Remarques générales :

Le programme de 11ème Sciences Biologiques ne doit pas être considéré comme un sous programme de celui de la 11ème Sciences Exactes. Si dans l'absolu, les contenus des deux programmes sont voisins sauf peut être en ce qui concerne la géométrie, l'esprit et la méthode d'exécution de ces deux programmes sont totalement différents. En 11ème SB il est important de prendre des activités de découvertes ou d'applications dans les secteurs vers lesquels s'orienteront les élèves de cette filière. On utilisera les représentations graphiques chaque fois que l'occasion se présentera.

A/ ALGÈBRE :

1°) Les applications

– Applications injectives, surjectives, bijectives -Application réciproque.
– Application composée.
– Restriction d'une application.- Image et image réciproque

On rappellera certaines notions : application associée à une fonction, égalité de deux applications, composition d'application, image directe, image réciproque, etc… par des manipulations diverses. On définira la restriction d'une application mais on ne parlera pas de prolongement. A l'aide de la représentation graphique sur des exemples (pour sensibiliser à une éventuelle résolution d'équations), on introduira les applications injectives, surjectives et on fera le lien avec les applications bijectives déjà familières aux élèves.

2°) Équations, inéquations, systèmes :

- Fonction polynôme du second degré ; forme canonique ;
- Equation du second degré ;
- Signe d'une fonction polynôme du second degré, inéquation du second degré ;
- Somme et produit des solutions d'une équation du second degré, application ;
- Equations et systèmes d'équations linéaires dans IR^2 et IR^3
- Problèmes se ramenant à la résolution d'équations, d'inéquations et de systèmes. Ici il s'agit surtout de réviser et de consolider les acquis de la 10ème. On évitera d'introduire ex nihilo des équations avec paramètres. L'étude de certains problèmes peut amener naturellement à l'introduction de paramètres et à une discussion par exemples

1. Trouver la forme générale d'une équation cartésienne de toutes les droites appartenant à une même direction donnée :

2. Trouver la forme générale d'une équation cartésienne de la famille de paraboles obtenues en déplaçant la parabole d'équation $y = x^2$ à l'aide d'un papier calque, de façon que son sommet parcours la droite d'équation y = 2x, son axe restant vertical.
   D'autres types d'équations et d'inéquations seront considérés (équations bicarrées, équations et inéquations irrationnelles dont la résolution se ramène au second degré. Les considérations sur la somme et le produit des solutions d'une équation du second degré seront justifiées par quelques applications concrètes.

3. On n'utilisera pas le déterminant d'ordre 3 dans les résolutions des systèmes de 3 équations.

B/ ANALYSE :

1°) Fonctions numériques d'unes variable réelle et représentations graphiques :

- Comparaison de deux fonctions numériques
- Opérations sur les fonctions numériques.
- Fonctions associées à une fonction f :

$$x \mapsto f(x) + b$$
$$x \mapsto f(x-a)$$
$$x \mapsto k\,f(x)$$
$$x \mapsto f(kx)$$
$$x \mapsto |f(x)|$$

- Représentation graphique de l'application réciproque (en repère orthonormé) :
- Application à la représentation graphique :
  - des fonctions polynômes du second degré
  - de quelques fonctions homographiques
  - des fonctions $x \mapsto f(x-a)$
- Représentation graphique des fonctions sinus, cosinus, tangente et exemples de fonctions associées ;
- Parité, périodicité d'une fonction. Eléments de symétrie de la courbe représentative d'une fonction. Ensemble d'étude d'une fonction.
- Comparer deux fonctions numériques, additionner deux fonctions numériques et multiplier une fonction numérique par un réel sont des opérations simples puisqu'il suffit en travaillant point par point, de comparer, d'additionner et de multiplier deux nombres réels. Ce qui est important, c'est que l'élève doit maîtriser parfaitement la situation sur des représentations graphiques.

Par exemple, étant données les courbes représentatives de deux fonctions f et g, il doit pouvoir construire quelques points des courbes de f+g et $f \circ g$, sans calcul.
De même à partir de la représentation graphique d'une fonction f, l'élève doit pouvoir représenter dans un repère convenable, par des connaissances purement géométriques l'application réciproque de f (si elle existe) et aussi chacune des fonctions dites associées comme :

$$x \mapsto f(x) + b$$
$$x \mapsto f(x-a)$$
$$x \mapsto k\,f(x)$$
$$x \mapsto f(kx)$$
$$x \mapsto |f(x)|$$

Lorsque a, b et k sont donnés sous forme numérique l'étude graphique des fonctions associées permet de se ramener à des situations plus simples lors de la représentation graphique de certaines fonctions. Les fonctions polynômes de degré 2 écrites sous forme canonique, fournissent des applications intéressantes. En effet à partir de la représentation graphique de $x \mapsto x^2$ on construit celle de $x \mapsto (x-\mathrm{a})^2$ puis celle de $x \mapsto (x-\mathrm{a})^2 + \mathrm{b}$. On considèrera également quelques fonctions homographiques et les fonctions du type $x \mapsto |x - \mathrm{a}|$. L'étude de la parité d'une fonction, ainsi que l'observation des éléments de symétrie de la courbe représentative sont des moyens pour simplifier l'étude graphique d'une fonction, car cela permet de restreindre l'ensemble sur lequel la fonction est étudiée. Cela étant fait, l'élève doit être capable de reconstituer la courbe représentative toute entière par des considérations purement géométriques .

L'étude des fonctions sinus et cosinus se fait dans un premier temps sur $]-\pi\,;\,\pi]$
Leurs variations étant établies expérimentalement par observation sur le cercle trigonométrique.
Plus précisément la démarche consiste à passer du sinus au cosinus d'un angle orienté au sinus ou au cosinus d'un nombre réel quelconque.
L'étude de la périodicité permet de restreindre l'ensemble sur lequel la fonction est étudiée. Il est souhaitable, d'étendre les fonctions sinus et cosinus à $\mathbb{R}$ tout entier avant de parler des fonctions périodiques en général.
On pourra ensuite utiliser les fonctions associées et la notion de périodicité pour étendre l'étude sur $]-\pi\,;\,\pi]$ à $\mathbb{R}$ tout entier.

2°) <u>Suites numériques</u> :

- Diverses façons de définir une suite. Représentation graphique d'une suite.
- Suites positives, négatives, monotones.
- Initiation au raisonnement par récurrence.
- Problèmes se ramenant à l'étude de suites arithmétiques et géométriques.
- Notion de convergence d'une suite.

En donnant les diverses façons de définir une suite, il faudra signaler qu'une suite numérique n'apparaît pas toujours immédiatement de manière naturelle, comme la restriction d'une fonction de IR vers IR (par exemple : $x_n = n!$). Les suites étant une notion mathématique très utilisée, il est intéressant à ce niveau, de définir le concept de limite d'une suite et de faire trouver quelques limites simples. Par exemple trouver la limite de chacune des suites de référence :

$\left(\frac{1}{n}\right)_{n\in IN^*}$; $\left(\frac{1}{n^p}\right)_{n\in IN^*}$; $\left(\frac{1}{b^n}\right)_{n\in IN}$ $p\in IN^*$ et $b\in IN^*-\{1\}$

Ces suites convergent vers zéro. Tout cela illustré par des considérations graphiques, devrait donner à l'élève une idée intuitive de la notion de limite et l'aider à comprendre lorsque, plus tard, on parlera de la limite d'une fonction.

A partir de « suites de référence » on cherchera la limite éventuelle d'une suite $(Un)_{n\in IN}$ en utilisant la majoration de type $|U_n|\leq \lambda\, \alpha_n$ ou $|U_n - l| \leq \lambda\, \alpha_n$ où (α_n) est l'une des suites de référence précédentes.

L'étude des suites évidemment le meilleur moment pour initier l'élève au raisonnement par récurrence. Cela ne doit cependant pas être fait de manière trop théorique ou abstraite. Il suffit de développer quelques exemples concrets, par exemples, démontrer par récurrence que $2^n>n$ pour tout entier naturel n ou que $n! > 2^n$ pour tout entier naturel n supérieur ou égal 4.

C'est aussi le moment d'étudier quelques problèmes concrets se ramenant à l'étude des suites arithmétiques et géométriques.

3°) Limite – Continuité – Dérivation d'une fonction numérique :

- Limite d'une fonction en un point (on admettra les théorèmes classiques sur les limites : sommes, produit, quotient).
- Limite à gauche, limite à droite – Extension de la notion de limite;
- Continuité d'une fonction en un point (on admettra les théorèmes classiques sur la continuité en un point).
- Continuité sur un intervalle (On admettra le théorème suivant : l'image d'un intervalle par une fonction continue sur un intervalle est un intervalle). Application à l'approximation des zéros d'une fonction continue par la méthode de dichotomie.
- Fonctions dérivables en un point, nombre dérivé.
- Interprétation géométrique du nombre dérivé : équation de la tangente en un point de la courbe représentative d'une fonction dérivable en ce point.
- Fonction dérivables sur un intervalle ; fonction dérivée.
- Nombre dérivé à gauche, nombre dérivé à droite.
- Règles admises de dérivation de la somme, du produit, du quotient de fonctions dérivables, d'une fonction de la forme $x \mapsto \tan(ax+b)$.
- Enoncé du théorème donnant le sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle à partir du signe de sa dérivée.

4°) Représentation graphique de quelques exemples de fonctions.

- Fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 3.
- Fonctions homographiques (asymptotes parallèles aux axes)
- Fonction : x $\mapsto \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ avec a ≠ 0 et d ≠ 0.
- Fonction tangente.
- Utilisation de la représentation graphique pour :
  * la résolution d'équations et d'inéquations du type : f(x) = g(x) ; f(x) ≤ g(x)
  * la résolution des équations sinx = a ; cosx = a ; tanx = a.

En 10ème les élèves ont appris la notion de distance sur la droite réelle ; ils sont capables de résoudre $|x - a| = a$, $|x - a| \leq a$ et de représenter leurs ensembles de solution. Ces acquis sont utilisés pour introduire la notion de limite et de continuité en un point. Une fonction f sera dite continue au point a de son ensemble de définition, si $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Pour calculer la limite d'une fonction on utilise la continuité de cette fonction et les théorèmes généraux sur les limites et sur la continuité (somme, produit, quotient). On ne passera pas trop de temps sur ces notions de façon à arriver le plus vite possible au problème de dérivation.
L'extension de la notion de limite s'accompagnera forcément de représentations graphiques afin d'habituer les élèves à construire une courbe à partir d'un tableau de variation. A cette occasion on peut introduire la fonction tangente (étude du quotient de deux fonctions connues).

On admettra le théorème donnant le sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle à partir du signe de sa dérivée pour donner une représentation graphique de fonctions polynômes ou de fonctions rationnelles dont l'étude du signe de la dérivée est aisée. L'étude et la représentation graphique des fonctions rationnelles donneront l'occasion de recherche d'asymptote oblique (étant entendu que l'étude systématique des branches infinies n'est pas au programme).

On exploitera l'égalité

$f(x) = ax + b + g(x)$ où g est une fonction de limite nulle à l'infini
La recherche de point d'inflexion n'est pas au programme.

Le professeur aura de multiples de faire sentir aux élèves l'utilité du théorème des valeurs intermédiaires : la représentation graphique d'une fonction continue et monotone sur un intervalle, l'approximation des zéros d'une fonction continue, la résolution d'inéquations.

5°) Primitives de fonctions usuelles :

- Primitives des fonctions monômes, sinus, cosinus, $x \mapsto \frac{1}{x^n}$ avec $n \in$ IN-{1} et leurs combinaisons.

On fera chercher aux élèves la où les fonctions F dérivables sur un intervalle et qui ont pour dérivée une fonction f continue , définie sur I pour introduire les primitives des fonctions usuelles en classe de 11ème Sciences Biologiques. Ce sera l'occasion de revenir sur le calcul du nombre dérivé d'une fonction dérivable en un point.

D / GÉOMÉTRIE

1°) Géométrie plane :

- Application du produit scalaire et du barycentre.
  - Recherche de lieux géométriques
  - Angles inscrits
  - Quelques relations métriques dans un triangle quelconque
  - Equation de la tangente à un cercle
- Similitude (figures semblables)
- Utilisation des transformations pour la résolution des problèmes variés.
- A partir d'exemples, recherche de l'expression analytique des transformations :
- Translation – Symétrie centrale – Symétrie orthogonale – Homothétie – Rotation – Similitude ayant pour centre l'origine.
  - Des exercices permettant une remise en place rapide des propriétés du produit scalaire de 2 vecteurs et du barycentre de deux ou trois points pondérés.
  - Le produit scalaire est un outil efficace dans le calcul des mesures du côtés et de l'apothème (distance du centre au support de l'un quelconque des côtés) d'un polygone régulier inscrit dans un cercle en fonction du rayon de ce cercle. Il sera appliquer également à l'étude des relations métriques dans un triangles quelconque. Il est utilisé également pour la recherche de quelques lignes de niveau d'applications de P dans IR ensemble des points M tels que : $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$; $\widehat{ABC} = \alpha$; (α un réel donné ; A et B étant deux points donnés)
  - En ce qui concerne les angles inscrits, on se limitera à une étude de la relation entre un angle inscrit et son angle au centre associé ; on n'étudiera pas les angles orientés inscrits.
  - La notion d'arc capable sera utilisée dans des problèmes de construction ou de recherche de lieux géométriques.
  - Les transformations de l'ensemble des points du plan feront l'objet de nombreuses manipulations avec les élèves, il s'agit de consolider et de compléter les acquis de la 10ème. On étudiera la composition des transformations à travers des exercices.

- L'homothétie sera ainsi resituée par rapport aux transformations du plan déjà connues. On rappellera la partition des isométries. Des problèmes variés permettront de revenir de façon purement géométrique sur ces notions, en particulier sur la rotation qui a été définie en classe de 10ème.
- Construction de l'image d'une droite, d'une figure (triangle, cercle, carré, par une similitude). A l'aide de problèmes on pourra amener les élèves à découvrir que deux figures semblables se correspondent par la composée d'une homothétie et d'un déplacement ou par la composée d'une homothétie et d'un retournement. On peut définir alors la similitude comme la composée d'une isométrie et d'une homothétie et on étudiera ses propriétés géométriques. Mais le professeur peut également définir la similitude de rapport k ($k \in IR_+$) comme toute bijection du plan sur lui même telle que : étant donnés deux points quelconques M et N d'images respectives M' et N' on ait :
$d(M', N') = k \times d(M, N)$. On mènera en parallèle l'étude des propriétés géométriques (permettant les manipulations dans le plan P) et leur traduction éventuelle par une expression vectorielle dans *V* puis par une expression analytique dans IR^2 :

- D'une part on souhaite donner aux élèves les moyens de trouver eux- mêmes la représentation analytique des transformations qu'ils connaissent (translations, homothéties, symétries centrales, quelques cas particuliers de symétries orthogonales) sans qu'ils aient à retenir la formule générale des différentes expressions et pour cela le professeur mettra les élèves en situation de recherche dans différents cas particuliers.

- D'autre part, la représentation analytique d'une transformation donnée, les élèves doivent savoir reconnaître la nature de cette transformation et préciser ses éléments caractéristiques à l'aide de l'un ou plusieurs des moyens suivants :

a) images de certains points judicieusement choisis
b) conservation éventuelle de la distance et de l'orientation du plan.
c) Expression vectorielle de la transformation
d) Ensemble des points invariants.

2) Géométrie dans l’espace :

- Projection orthogonale sur un plan, sur une droite
- Repérage d’un point dans l’espace
- Solides usuels : parallélépipède, cube, tétraèdre, prisme, cylindre, cône de révolution, sphère. (on admettra les aires et les volumes de ces solides)

On étudiera particulièrement la sphère et l’intersection d’une sphère et d’une droite. On définira simplement les projections sur un plan ou sur une droite pour repérer un point dans un repère orthonormé.

E / TRIGONOMÉTRIE :

- Définition et représentation graphique des fonctions sinus et cosinus de ℝ vers ℝ
- Formules usuelles de transformations trigonométriques.
- Résolution d’équations et d’inéquations : $\sin x = a$; $\cos x = a$;

$$a\cos x + b\sin x + c = 0 \text{ ; } \sin x \leq a \text{ ; } \cos x \leq a .$$

Le chapitre trigonométrie a pour objectifs :

- de familiariser les élèves avec les représentations graphiques des fonctions sinus te cosinus de ℝ vers ℝ;
- d’apprendre aux élèves à utiliser le représentation graphique des fonctions sinus et cosinus de ℝ vers ℝ et le cercle trigonométrique pour retrouver des formules, pour conjecturer des solutions d’une équation ou d’une inéquation trigonométrique ;
- d’habituer les élèves à retrouver les formules trigonométriques (on utilisera le produit scalaire pour la démonstration d’une formule d’addition de trigonométrie et à les utiliser au moment opportun avec aisance.

PROGRAMME DE 1ère Technique Economie (TE)

HORAIRE HEBDOMADAIRE (6 heures)

Il est important de choisir des activités de découvertes ou d'applications, dans les secteurs vers lesquels s'orienteront les élèves de cette filière On utilisera les représentations graphiques chaque fois que l'occasion se présentera.

.

A/– ALGÈBRE :

1°) Les applications

- Applications injectives, surjectives, bijectives -Application réciproque.
- Composition des applications.
- Restriction d'une application.- Image directe et image réciproque

On rappellera certaines notions : application associée à une fonction, égalité de deux applications, composition d'application, image directe, image réciproque, etc… par des manipulations diverses. On définira la restriction d'une application mais on ne parlera pas ici de prolongement. A l'aide de la représentation graphique sur des exemples (pour sensibiliser à une éventuelle résolution d'équations), on introduira les applications injectives, surjectives et on fera le lien avec les applications bijectives déjà familières aux élèves.

2°) Équations, inéquations, systèmes :

- Fonction polynôme du second degré ; forme canonique ;
- Équation du second degré ;
- Signe d'une fonction polynôme du second degré, inéquation du second degré ;
- Somme et produit des solutions d'une équation du second degré, application ;
- Équations et systèmes d'équations linéaires dans IR^2 et IR^3
- Problèmes se ramenant à la résolution d'équations, d'inéquations et de systèmes.

Ici il s'agit surtout de réviser et de consolider les acquis de la 10ème. On évitera d'introduire ex nihilo des équations avec paramètres. L'étude de certains problèmes peut amener naturellement à l'introduction de paramètres et à une discussion par exemples

Trouver la forme générale d'une équation cartésienne de toutes les droites appartenant à une même direction donnée :

Trouver la forme générale d'une équation cartésienne de la famille de paraboles obtenues en déplaçant la parabole d'équation $y = x^2$ à l'aide d'un papier calque, de façon que son sommet parcoure la droite d'équation $y = 2x$, son axe restant vertical.

D'autres types d'équations et d'inéquations seront considérés (équations bicarrées, équations et inéquations irrationnelles dont la résolution se ramène au second degré. Les considérations sur la somme et le produit des solutions d'une équation du second degré seront justifiées par quelques applications concrètes.

On n'utilisera pas le déterminant d'ordre 3 dans les résolutions des systèmes de 3 équations.

B/ ANALYSE :

1°) Fonctions numériques d'unes variable réelle et représentations graphiques :

- Comparaison de deux fonctions numériques
- Opérations sur les fonctions numériques.
- Fonctions associées à une fonction f :

$$x \mapsto f(x) + b$$
$$x \mapsto f(x-a)$$
$$x \mapsto kf(x)$$
$$x \mapsto f(kx)$$
$$x \mapsto |f(x)|$$

- Représentation graphique de l'application réciproque (en repère orthonormé) :
- Application à la représentation graphique :
  - des fonctions polynômes du second degré
  - de quelques fonctions homographiques
  - des fonctions $x \mapsto f(x-a)$
- Représentation graphique des fonctions sinus, cosinus, tangente et exemples de fonctions associées ;
- Parité, périodicité d'une fonction. Eléments de symétrie de la courbe représentative d'une fonction. Ensemble d'étude d'une fonction.
- Comparer deux fonctions numériques, additionner deux fonctions numériques et multiplier une fonction numérique par un réel sont des opérations simples puisqu'il suffit en travaillant point par point, de comparer, d'additionner et de multiplier deux nombres réels. Ce qui est important, c'est que l'élève doit maîtriser parfaitement la situation sur des représentations graphiques. Par exemple, étant données les courbes représentatives de deux fonctions f et g, il doit pouvoir construire quelques points des courbes de f+g et $f \circ g$, sans calcul. De même à partir de la représentation graphique d'une fonction f, l'élève doit pouvoir représenter dans un repère convenable, par des connaissances purement géométriques l'application réciproque de f (si elle existe) et aussi chacune des fonctions dites associées comme :

$$x \mapsto f(x) + b \;\; ; \;\; x \mapsto f(x-a) \;\; ; \;\; x \mapsto kf(x) \;\; ; \;\; x \mapsto f(kx) \;\; ; \;\; x \mapsto |f(x)|$$

Lorsque a, b et k sont donnés sous forme numérique l'étude graphique des fonctions associées permet de se ramener à des situations plus simples lors de la représentation graphique de certaines fonctions.

Les fonctions polynômes de degré 2 écrites sous forme canonique, fournissent des applications intéressantes. En effet à partir de la représentation graphique de $x \mapsto x^2$ on construit celle de $x \mapsto (x - a)^2$ puis celle de $x \mapsto (x - a)^2 + b$ et finalement celle de : $x \mapsto \frac{y}{[(x-\alpha)^2 + \beta]}$. On considèrera également quelques fonctions homographiques et les fonctions du type : $x \mapsto |x - a|$. L'étude de la parité d'une fonction, ainsi que l'observation des éléments de symétrie de la courbe représentative sont des moyens pour simplifier l'étude graphique d'une fonction, car cela permet de restreindre l'ensemble sur lequel la fonction est étudiée. Cela étant fait, l'élève doit être capable de reconstituer la courbe représentative toute entière par des considérations purement géométriques .

L'étude des fonctions sinus et cosinus se fait dans un premier temps sur $]-\pi ; \pi]$ Leurs variations étant établies expérimentalement par observation sur le cercle trigonométrique.

Plus précisément la démarche consiste à passer du sinus au cosinus d'un angle orienté au sinus ou au cosinus d'un nombre réel quelconque.

L'étude de la périodicité permet de restreindre l'ensemble sur lequel la fonction est étudiée. Il est souhaitable, d'étendre les fonctions sinus et cosinus à IR tout entier avant de parler des fonctions périodiques en général.

On pourra ensuite utiliser les fonctions associées et la notion de périodicité pour étendre l'étude sur $]-\pi ; \pi]$ à $\mathbb{R}$ tout entier.

2°) <u>Suites numériques</u> :

- Diverses façons de définir une suite. Représentation graphique d'une suite.
- Suites positives, négatives, monotones.
- Initiation au raisonnement par récurrence.
- Problèmes se ramenant à l'étude de suites arithmétiques et géométriques.
- Notion de convergence d'une suite.

  En donnant les diverses façons de définir une suite, il faudra signaler qu'une suite numérique n'apparaît pas toujours immédiatement de manière naturelle, comme la restriction d'une fonction de IR vers IR (par exemple : $x_n = n!$). Les suites étant une notion mathématique très utilisée, il est intéressant à ce niveau, de définir le concept de limite d'une suite et de faire trouver quelques limites simples. Par exemple trouver la limite de chacune des suites de référence :

  $\left(\frac{1}{n}\right)_{n\in IN^*}$; $\left(\frac{1}{n^p}\right)_{n\in IN^*}$; $\left(\frac{1}{b^n}\right)_{n\in IN}$ $p \in IN^*$ et $b \in IN^* - \{1\}$

  Ces suites convergent vers zéro. Tout cela illustré par des considérations graphiques, devrait donner à l'élève une idée intuitive de la notion de limite et l'aider à comprendre lorsque, plus tard, on parlera de la limite d'une fonction.

A partir de « suites de référence » on cherchera la limite éventuelle d'une suite $(Un)_{n\in IN}$ en utilisant la majoration de type $|U_n| \leq \lambda\, \alpha_n$ ou $|U_n - l| \leq \lambda\, \alpha_n$ où (α_n) est l'une des suites de référence précédentes.

L’étude des suites évidemment le meilleur moment pour initier l’élève au raisonnement par récurrence. Cela ne doit cependant pas être fait de manière trop théorique ou abstraite. Il suffit de développer quelques exemples concrets, par exemples, démontrer par récurrence que $2^n > n$ pour tout entier naturel n ou que $n ! > 2^n$ pour tout entier naturel n supérieur ou égal 4.

C’est aussi le moment d’étudier quelques problèmes concrets se ramenant à l’étude des suites arithmétiques et géométriques.

3°) Limite – Continuité – Dérivation d’une fonction numérique :

- Limite d’une fonction en un point (on admettra les théorèmes classiques sur les limites : sommes, produit, quotient).
- Limite à gauche, limite à droite – Extension de la notion de limite;
- Continuité d’une fonction en un point (on admettra les théorèmes classiques sur la continuité en un point).
- Continuité sur un intervalle (On admettra le théorème suivant : l’image d’un intervalle par une fonction continue sur un intervalle est un intervalle). Application à l’approximation des zéros d’une fonction continue par la méthode de dichotomie.
- Fonctions dérivables en un point, nombre dérivé.
- Interprétation géométrique du nombre dérivé : équation de la tangente en un point de la courbe représentative d’une fonction dérivable en ce point.
- Fonction dérivables sur un intervalle ; fonction dérivée.
- Nombre dérivé à gauche, nombre dérivé à droite.
- Règles admises de dérivation de la somme, du produit, du quotient de fonctions dérivables, d’une fonction de la forme $x \mapsto \tan(ax + b)$.
- Enoncé du théorème donnant le sens de variation d’une fonction dérivable sur un intervalle à partir du signe de sa dérivée.

4°) Représentation graphique de quelques exemples de fonctions.

- Fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 3.
- Fonctions homographiques (asymptotes parallèles aux axes)
- Fonction : $x \mapsto \dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ avec $a \neq 0$ et $d \neq 0$.
- Fonction tangente.
- Utilisation de la représentation graphique pour :
  * la résolution d’équations et d’inéquations du type : $f(x) = g(x)$; $f(x) \leq g(x)$
  * la résolution des équations $\sin x = a$; $\cos x = a$; $\tan x = a$.

En 10ème les élèves ont appris la notion de distance sur la droite réelle ; ils sont capables de résoudre $|x - a| = r$, $|x - a| \leq r$ et de représenter leurs ensembles de solution. Ces acquis sont utilisés pour introduire la notion de limite et de continuité en un point. Une fonction f sera dite continue au point a, si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Pour calculer la limite d’une fonction on utilise la continuité de cette fonction et les théorèmes généraux sur les limites et sur la continuité (somme, produit, quotient). On ne passera pas trop de temps sur ces notions de façon à arriver le plus vite possible au problème de dérivation.

L'extension de la notion de limite s'accompagnera forcément de représentations graphiques afin d'habituer les élèves à construire une courbe à partir d'un tableau de variation. A cette occasion on peut introduire la fonction tangente (étude du quotient de deux fonctions connues).

On admettra le théorème donnant le sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle à partir du signe de sa dérivée pour donner une représentation graphique de fonctions polynômes ou de fonctions rationnelles dont l'étude du signe de la dérivée est aisée. L'étude et la représentation graphique des fonctions rationnelles donneront l'occasion de recherche d'asymptote oblique (étant entendu que l'étude systématique des branches infinies n'est pas au programme). On exploitera l'égalité

$f(x) = \mathrm{a}x + b + \mathrm{g}(x)$ où g est une fonction de limite nulle à l'infini

La recherche de point d'inflexion n'est pas au programme.

Le professeur aura de multiples de faire sentir aux élèves l'utilité du théorème des valeurs intermédiaires : la représentation graphique d'une fonction continue et monotone sur un intervalle, l'approximation des zéros d'une fonction continue, la résolution d'inéquations.

5°) Primitives de fonctions usuelles :

- Primitives des fonctions monômes, sinus, cosinus, $x \mapsto \frac{1}{x^n}$ avec $n \in \mathbb{N}-\{1\}$ et leurs combinaisons.

On fera chercher aux élèves la où les fonctions F dérivables sur un intervalle et qui ont pour dérivée une fonction f continue, définie sur I pour introduire les primitives des fonctions usuelles en classe de 11ème Sciences Biologiques. Ce sera l'occasion de revenir sur le calcul du nombre dérivé d'une fonction dérivable en un point.

C / STATISTIQUE :

- Variance, écart-type ; Distribution statistique normale
- Comparaison de distributions statistiques expérimentales à une distribution normale (dans les cas simples)
    - Les représentations statistiques à l'aide d'un tableau ou de graphiques variées, la lecture d'un graphique, les paramètres de position d'une série statistique sont déjà familiers à l'élève (en 10ème). L'objectif est d'entraîner l'élève à analyser et interpréter les informations obtenues à l'aide des notions introduites par le programme de 11ème.
    - Dans l'étude de la distribution statistique normale, aucune théorie générale n'est au programme. Avec des exemples de documents récents, on montrera simplement à l'élève comment comparer une distribution statistique expérimentale à une distribution statistique normale. L'élève devra avoir utiliser des aires limitées par la courbe normale centrée réduite de 0 à z pour calculer les fréquences.

E / TRIGONOMÉTRIE :

- Définition et représentation graphique des fonctions sinus et cosinus de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$
- Formules usuelles de transformations trigonométriques.
- Résolution d'équations et d'inéquations : sinx = a ; cosx = a ;

  a cosx + b sinx + c = 0 ; sinx $\leq$ a ; cosx $\leq$ a .

  Le chapitre trigonométrie a pour objectifs :
    - de familiariser les élèves avec les représentations graphiques des fonctions sinus te cosinus de IR vers IR ;
    - d'apprendre aux élèves à utiliser le représentation graphique des fonctions sinus et cosinus de IR vers IR et le cercle trigonométrique pour retrouver des formules, pour conjecturer des solutions d'une équation ou d'une inéquation trigonométrique ;
    - d'habituer les élèves à retrouver les formules trigonométriques (on utilisera le produit scalaire pour la démonstration d'une formule d'addition de trigonométrie et à les utiliser au moment opportun avec aisance.

F/ <u>DÉNOMBREMENT- PROBABILITE</u> :

<u>Dénombrement</u> :

- Etude d'exemples simples et variés de dénombrement.
  On mettra en place des techniques de dénombrement par calcul direct (sans faire intervenir de formule) :
  Schéma arborescent, utilisation des suites à p éléments distincts ou autres techniques permettant de dénombrer tous les cas possibles. Puis on mettra en évidence l'intérêt de donner des formules qui permettent de résoudre un certain nombre d'exercices se ramenant au dénombrement d'applications injectives, de bijections, de parties d'un ensemble.
- Nombre d'applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini, nombre d'applications injectives d'un ensemble fini à p éléments dans un ensemble fini à n éléments (arrangement : notation A_n^p), nombre de bijections d'un ensemble fini à n éléments dans un ensemble fini à n éléments (permutations, notation $n!$) ; nombre de parties à p éléments d'un ensemble de n éléments (combinaisons, notation C_n^p) .

  On fera vérifier les relations : $C_n^p = C_n^{n-p}$; $C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p$

  On donnera le principe du triangle de Pascal.

<u>Probabilité</u> :

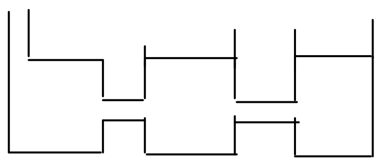
- Sur des exemples simples on introduira le vocabulaire : épreuve, univers, éventualité ainsi que les notions de : événement, événement réalisé, événement certain, événement impossible, événement contraire d'un événement, événements incompatibles
- Pour une épreuve donnée on étudiera la probabilité qu'un événement se réalise. On calculera à partir des dénombrements cette probabilité en se limitant au cas de l'équiprobabilité des éventualités.

<u>PROGRAMME DE 11ième SCIENCES HUMAINES (S.H)</u>

Horaire hebdomadaire : 3heures

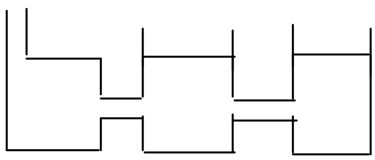
- <u>ACTIVITÉS GRAPHIQUES</u> :

Fonction affine et droite non parallèle à l'axe des ordonnées
Interprétation des coefficients : « pente » et ordonnée à l'origine
Résolution de f(x) = 0 , f(x) = y
Résolution du système $\begin{cases} f(x == a \\ g(x) = b \end{cases}$
Résolution des systèmes du type $\begin{cases} f(x) \geq a \\ g(x) \geq b \end{cases}$
-fonctions affines par intervalles -Applications
Montrer des exemples empruntés à la vie pratique :
-remplissage d'une citerne avec un débit variable
-remplissage de réservoirs communicants à débit constant.



facturation des impôts
-facturation E. D. M
-trajet accompli par un convoi dont la vitesse est constante par paliers …
-Fonctions $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto \sqrt{x}$
Il conviendra d'exiger des élèves des graphiques soignés et précis, en repère orthonormé, qu'ils pourront par la suite.
Manipulations graphiques à partir de ces exemples de base.
Comment à partir du graphe de f, représenter les fonctions :

$x \mapsto kf(x)$
$x \mapsto f(x) + b$
$x \mapsto f(-x)$
$x \mapsto f(x-a)$



Au terme de cette étude, les élèves savent résoudre graphiquement l'équation :
$a(x - x_0)^2 + b = 0$.
- Parité, Imparité : interprétation graphique.

<u>FONCTION POLYNOME DU SECOND DEGRÉ</u> :

- Forme canonique
- Application à la représentation graphique d'une fonction trinôme quelconque.
- Forme factorisée : Equation du second degré, somme et produit des racines.
- Signe du trinôme – inéquation du second degré
- Problèmes du second degré.
- Description de la variation de la fonction .Observation de l'extremum :

(Maximum ou minimum) description des limites infinies. On pourra écrire

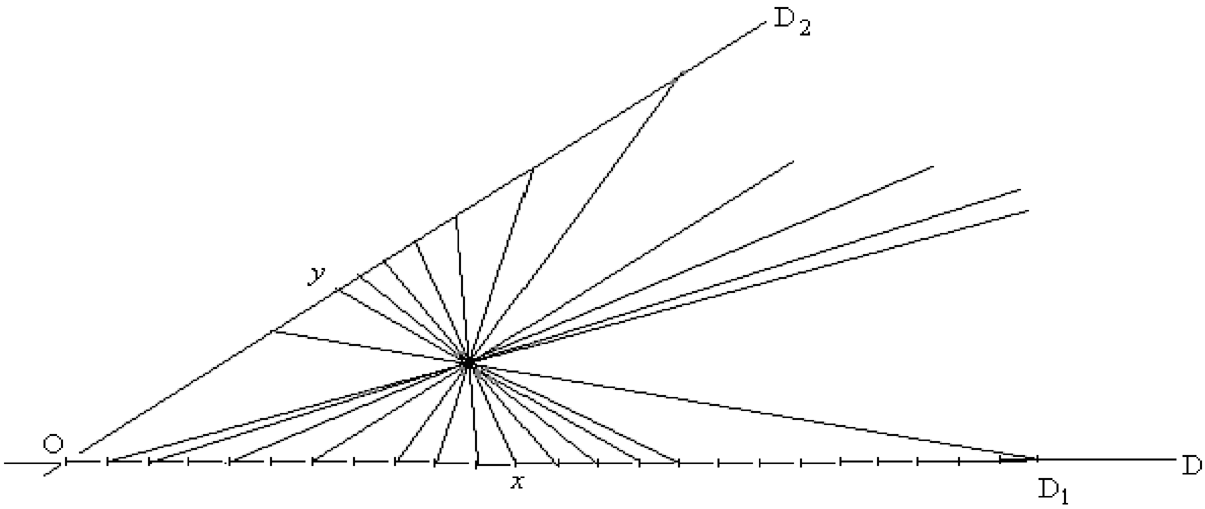
$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ou $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

- équation bicarrée
- recherche de deux nombres de somme et produit connus (par exemple périmètre et aire d'un rectangle)
- problème du nombre d'or
- citer des applications mécaniques et optiques de la parabole (sans justification)
- A l'aide d'une calculette, utiliser le schéma de Hörner pour calculer l'expression $T(x) = ax^2 + bx + c = [(ax)+b]x+c$, et résoudre des équations du second degré comportant des coefficients non entiers.
- Applications de l'existence d'un extremum unique: petits problèmes d'optimisation

- Prix de revient de l'unité dans une tarification du type

« prise en charge fixe » + montant proportionnel au nombre d'unité en m^3 d'eau; unité téléphone; kWh électricité

- Une idée de T P : pour observer l'homographie d'un autre point de vue, à partir d'une projection centrale de centre P de D_1 sur D_2 .Transformer une graduation de D.



Un point n'a pas d'image, un point n'est pas atteint. Trouver la relation entre x et y.

FONCTION HOMOGRAPHIQUE

-Forme canonique
-Application à la représentation graphique d'une fonction homographique quelconque.
Description de la variation de la fonction et des branches infinies.
-Equation associée
-Signe d'une fonction homographique. Inéquation associée.
Problèmes homographiques.

SUITES NUMÉRIQUES

Définition et représentation graphique

- Monotonie

On observera des exemples correspondants à divers modes de détermination :

- table de valeurs (relevé météorologique, production agricole ou artisanale.)
- expression du terme général $u_n = f(n)$
- relation de récurrence $u_{n+1} = g(u_n)$ et u_o donné (dans ce cas on pourra montrer comment déduire le graphe de la suite du graphe de la fonction g)
- A l'aide d'une calculette, on pourra, sans aucune théorie ni formalisme, observer des phénomènes asymptotiques.
- On pourra aussi inviter les élèves à produire eux- mêmes des exemples documentés issus d'autres disciplines : histoire, géographie, biologie
- Cas particulier des suites arithmétiques et géométriques, propriétés classiques de ces suites.
- Problèmes correspondants (intérêts simples, composés, démographie biologie).

DÉRIVATION DES FONTIONS

- Fonction tangente en un point : fonction affine associée à la droite tangente en ce point.
- Nombre dérivé = coefficient directeur de la tangente :
- Il s'agit d'introduire la notion de nombre dérivé en utilisant l'idée intuitive de droite tangente en un point d'une courbe : sur un exemple : on cherchera une droite coupant la courbe en deux points confondus d'abscisses x_0 . Le coefficient directeur de cette droite est appelé nombre dérivé de f au point x_0 .renouveler l'expérience en plusieurs autres points.

Montrer des exemples où le problème est insoluble :
$x \mapsto \sqrt{x}$ en $x \mapsto |x|$ en 0 .

Effectuer des recherches graphiques: de nombres dérivés à partir de graphiques précis élaborés antérieurement.

Observer le lien entre nombre dérivé et taux de croissance (ou de décroissance), la signification d'un nombre dérivé nul. Lorsque la fonction f représente une distance parcourue par un mobile en fonction du temps, le nombre dérivé en t_0 appelé vitesse du mobile.
- calcul du nombre dérivé en x_0: fonction dérivé.
Les formules seront admises pour les fonctions polynomiales de degré 2, 3, homographiques, et pour la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$.

A titre d'exercice, le calcul du nombre dérivé en x_0 quelconque peut être fait sur quelques exemples (une fonction polynôme de degré 2, une fonction polynôme du $3^{ième}$ degré, une fonction homographique) en recherchant la condition de racine double x_0 de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ (problème du second degré)
- Équation de la tangente à partir du nombre dérivé
- Relation avec le sens de variation d'une fonction

Application à l'étude d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3 ou d'une fonction homographique.

- Application à la recherche d'une solution approchée d'une équation algébrique de degré 3 par exemple.
- En remplaçant la courbe par sa tangente en un « point voisin » de la racine cherchée, et en itérant ce processus. On aura une idée de la précision obtenue par la différence de deux valeurs approchées successives.

(Utilisation avantageuse d'une calculette).

STATISTIQUES

- Introduction au vocabulaire, aux symbolismes graphiques représentant une série statistique ;
- Coder, classer, ranger, dénombrer, organiser : utilisation d'exemples issues de la vie sociale et économique pour montrer la nécessité d'organisation de données.
- Utilisation de diagrammes ; tableaux numériques
- Population, modalités, caractères
- Effectifs, effectifs cumulés, fréquence, fréquence cumulée.
- Caractères quantitatifs, qualitatifs.
- Regroupement de modalités en classes
- Diverses représentations graphiques.
- Eléments caractéristiques d'une série statistique: médiane, moyenne, dominante. Evaluation de la dispersion : quartiles, écart moyen, arithmétique, variance, écart-type.

Programme de 11ième Langues Littératures (L .L)

HORAIRE HEBDOMADAIRE :(2 heures)

I – ACTIVITÉS GRAPHIQUES

- FONCTIONS AFFINES - APPLICATIONS

Fonctions affines et équation de droite non parallèle à l'axe des ordonnées

Interprétation des coefficients : « pente » et « ordonnées à l'origine ».

Résolution de : $f(x) = 0$; $f(x) = y$

Résolution du système $\begin{cases} f(x) = a \\ g(x) = b \end{cases}$

Résolution de système du type $\begin{cases} f(x) \geq a \\ g(x) \geq b \end{cases}$

- Fonctions affines par intervalles; applications

Montrer des exemples empruntés à la vie pratique :

* remplissage d'une citerne avec débit variable

* remplissage de réservoirs communicants à débit constant.

- Facturation des impôts
- Facturation E D M
- Trajet accompli par un convoi dont la vitesse est constante par paliers…

- Fonctions : $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \dfrac{1}{x}$; $x \mapsto \sqrt{x}$

Il conviendra d'exiger des élèves des graphiques soignés et précis, en repère orthonormé, qui pourront être exploités par la suite.

Manipulations graphiques à partir de ces exemples de base.

Connaissant le graphe de f, représenter les fonctions :

$x \mapsto k.f(x)$; $x \mapsto f(x) + k$; $x \mapsto |f(x)|$; $x \mapsto f(-x)$; $x \mapsto f(x-a)$

Au terme de cette étude, les élèves savent résoudre graphiquement l'équation $a(x - x_0)^2 + b = 0$

- Parité, imparité: interprétation graphique.

FONCTION POLYNOME DU SECOND DEGRÉ

- Forme canonique
- Application à la représentation graphique d'une fonction trinôme quelconque.
- Forme factorisée. Equation du second degré; somme et produit des racines.
- Signe du trinôme; inéquation du second degré.
- Problèmes du second degré.