MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
****
Institut Pédagogique National
****
DIVISION SCIENCES ET TECHNOLOGIE
Section Mathématiques

RÉPUBLIQUE DU MALI
Un Peuple – Un But – Une Foi
****

OPÉRATION MATHÉMATIQUES

SAVOIR – FAIRE

11èmes SE – SB – SH - LL

BAMAKO JUIN 1994

Projet Rénovation de l'Enseignement Scientifique

COOPÉRATION FRANCE – MALI

PRÉSENTATION

Les stages de mathématiques destinés aux professeurs des lycées, les visites, les entretiens avec les professeurs ont permis à l'Opération « Mathématiques » d'identifier entre autres problèmes liés à l'application des nouveaux programmes le manque d'harmonisation des contenus de leur enseignement.
Pour permettre aux professeurs d'enseigner un même contenu uniformisé, nous avons jugé nécessaire de leur proposer dans un premier temps un modèle de savoir-faire pour les classes de 10ème Sciences et 10ème Lettres.
Au regard des résultats positifs enregistrés par le document des classes de 10ème , nous vous proposons dans un deuxième temps, un modèle pour les classes de 11ème S.E ; 11ème S.B ; 11ème S.H ; 11ème L.L.
Ce modèle qui est la suite logique du premier, est essentiellement fondé sur l'option pédagogique en vigueur dans nos écoles, à savoir une pédagogie qui s'appui sur l'activité de l'élève et qui suscite l'élaboration correcte de savoir et de savoir-faire visant les objectifs définis.
Nous destinons, à titre indicatif, cet outil aux professeurs de lycées chargés de l'enseignement des mathématiques pour matérialiser la méthodologie qui a déjà fait l'objet de nombreux stages et animations pédagogiques.
Les remarques et suggestions que les utilisateurs voudront bien nous faire parvenir, contribueront à améliorer sa qualité.

Opération « Mathématiques » I.P.N

TABLE DES MATIÈRES

Pages

SAVOIR-FAIRE
$11^{\text{ème}}$ SE

Pour les paragraphe du programme où ne figurent pas de savoir-faire, se référer à ceux de la classe de 11ème SE.

ALGÈBRE

A) - APPLICATIONS

Les applications seront données sous diverses formes :

- Formule explicite ;
- Représentation graphique ;
- Tableau de valeurs ;
- Lien verbal ou programme de construction.

La représentation graphique sera un outil privilégié permettant de résoudre simplement de nombreux problème sans qu'une démonstration ne soit exigée. Elle sera aussi un moyen de conjecture et de contrôle lorsqu'une résolution algébrique est demandée.

L'élève doit être capable de :

1°) reconnaître si une application donnée est :

- injective ou non
- surjective ou non
- bijective ou non

2°) une application bijective étant donnée par une formule explicite, déterminer sa bijection réciproque (dans des cas simples).

3°) la représentation graphique d'une application bijective étant donnée dans un repère orthonormé, tracer la représentation graphique de sa bijection réciproque.

4°) une application étant donnée, déterminer :

- sa restriction à un sous-ensemble de son ensemble de départ
- un prolongement de cette application.

5°) étant donnée une application non injective, trouver éventuellement des intervalles sur lesquelles les restrictions sont injectives.

6°) déterminer la composée de deux applications.

7°) une application étant donnée, déterminer :

- l'image directe d'un sous-ensemble de l'ensemble de départ ;
- l'image réciproque d'un sous-ensemble de l'ensemble d'arrivée.

(Étude de cas simples lorsque l'application n'est pas une fonction numérique d'une variable réelle).

B) – FONCTIONS POLYNOMES ET FONCTIONS RATIONNELLES

L'élève doit être capable de :

1°) sur des exemples, déterminer respectivement le quotient et le reste de la division euclidienne d'une fonction polynôme f par une fonction polynôme g non nulle.

2°) factoriser la fonction polynôme f sachant qu'elle est divisible par la fonction polynôme g :

- soit par la méthode des coefficients indéterminés.
- Soit en effectuant la division euclidienne de f par g .

3°) Trouver l'ordre de multiplicité d'un zéro d'une fonction polynôme
4°) Sur des exemples simples, décomposer en éléments simples une fonction rationnelle.

C) ÉQUATIONS, INÉQUATIONS, SYSTÈMES

L'élève doit être capable de :

1°) Résoudre une équation du second degré dans ℝ à l'aide du discriminant et discuter lorsqu'elle comporte un paramètre (dans tous les cas on habituera les élèves à contrôler leurs résultats à l'aide de la somme et du produit des solutions).

2°) Trouver un zéro d'une fonction polynôme du second degré connaissant l'autre en utilisant la somme ou le produit.

3°) Calculer deux nombres réels dont on connaît la somme et le produit.

4°) Trouver le signe de f(x) où f est une fonction polynôme du second degré.

5°) Résoudre une équation du second degré dans ℝ et discuter lorsqu'elle comporte un paramètre.

6°) Résoudre dans ℝ des équations et inéquations se ramenant au second degré :

- Equations bicarrées
- Equations ou inéquations avec radicaux du type :
  - $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ *ou* $\sqrt{f(x)} = ax + b$
  - $\sqrt{f(x)} \leq \sqrt{g(x)}$ *ou* $\sqrt{f(x)} = ax + b$

  f et g étant des fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 2.

- Des équations trigonométriques se ramenant aux formes :
  - $a\cos^2 t + b\cos t + c = 0$;
  - $a\sin^2 t + b\sin t + c = 0$.

7°) Trouver les zéros d'une fonction polynôme f de degré n (n> 2) lorsqu'on connaît (n–2) zéros de f.

8°) Résoudre dans ℝ² des systèmes s'écrivant sous la forme :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = p \\ xy = q \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = p \\ xy = q \end{cases} \quad , \quad p \text{ et } q \text{ réels donnés}$$

ANALYSE

A) SUITES NUMÉRIQUES

Les suites seront données sous diverses formes :

- $U_n = f(n)$
- Une formule de récurrence
- Un graphique
- Un tableau numérique

L'élève doit être capable de :

1°) Montrer qu'une proposition donnée est vraie en utilisant le raisonnement par récurrence

2°) Déterminer quelques termes d'une suite numérique u lorsqu'elle est donnée par :

- $U_n = f(n)$
- Une formule de récurrence
- $U_{n+1} = f(U_n)$, la représentation graphique de f (donnée ou à construire) et un terme de la suite u ;
- Un tableau numérique

3°) Montrer qu'une suite donnée est :

- croissante ou non
- décroissante ou non
- constante ou non.

4°) Montrer qu'une suite u converge vers ℓ un nombre réel donné en comparant la suite u – ℓ à l'une des suites de références suivantes :

$$\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right),\ n \geq 1 \quad ; \quad \left(\frac{1}{n^p}\right),\ n \geq 1 \ \text{où}\ \ p \in IN \quad ; \quad \left(\frac{1}{k^n}\right), n \in IN \ \text{ où } \ k \in IN - \{0;1\}$$

5°) Déterminer la limite d'une suite u en utilisant les théorèmes généraux sur les limites des suites.

6°) Une suite u étant donnée, étudier sa convergence :

- conjecturer si elle est convergente ou non
- dans l'affirmative, pressentir la valeur de sa limite ℓ;
- montrer que la suite u converge vers ℓ.

7°) Encadrer une suite donnée par deux suites de même limite pour démontrer que cette suite est convergente.

8°) Montrer qu'une suite donnée est :

- arithmétique ou non
- géométrique ou non.

9°) Calculer un terme de rang quelconque connaissant un autre terme et la raison d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.

10°) Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.

11°) Une suite géométrique étant donnée, montrer si elle est convergente ou non.
12°) Résoudre un problème concret faisant intervenir les suites arithmétiques, les suites géométriques.

Remarques :

1) Le sous paragraphe « Sensibilisation aux méthodes numériques » sera abordé lors d'activités. (Développement décimal illimité périodique d'un nombre rationnel-méthode de dichotomie).
2) Le sous paragraphe « suites dont le terme général tend vers l'infini » sera traité sous forme de d'exemples uniquement.

B) FONCTION NUMÉRIQUE D'UNE VARIABLE RÉELLE

I – Généralités :

L'élève doit être capable de :
1°) f et g étant deux fonctions données, résoudre graphiquement ou algébriquement des équations du type :

$x \in \mathbb{R}$, $f(x) = g(x)$
et les inéquations du type :

$x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq g(x)$.
(Application au cas particulier où l'une des fonctions est constante).
Pour la résolution algébrique, on se limitera à la résolution d'équations et d'inéquations abordées lors du chapitre « Équations–Inéquations »
2°) Une fonction étant donnée, montrer qu'un réel donné est ou n'est pas un majorant ou un minorant de cette fonction
3°) Étant donnée une fonction f et un intervalle, trouver un éventuel majorant de $|f(x)|$ sur cet intervalle.
4°) les fonctions f et g étant données par des formules explicites , déterminer l'ensemble de définition et la formule explicite de chacune des fonctions suivantes :

$$f + g \quad , \quad \alpha \times f \quad (\alpha \in \mathbb{R}) \quad , \quad fg \quad , \quad \frac{1}{g} \quad , \quad \frac{f}{g}$$

5°) Étant donnée la courbe représentative (C) d'une fonction f, construire à partir de la courbe (C), en précisant la transformation éventuellement utilisée, la courbe représentative des fonctions suivantes :

$x \mapsto f(x) + a$; $x \mapsto f(x - a)$: $x \mapsto k\, f(x)$; $x \mapsto |f(x)|$; $x \mapsto f(kx)$ où a, b, k sont des réels
6°) Étant donnée une fonction, la décomposer en fonctions associées à des fonctions de référence et en déduire la construction de sa représentation graphique.
7°) Reconnaître si une fonction est paire, impaire, périodique, utiliser ces résultats pour :
a) restreindre l'ensemble d'étude de f à un ensemble E_f ;
b) achever la représentation graphique de f connaissant sa représentation graphique sur E_f.
8°) Démontrer qu'un point est centre de symétrie de la courbe représentative d'une fonction f.
9°) Étant donné un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), démontrer qu'une droite de vecteur directeur $\vec{j}$ est axe de symétrie de la courbe représentative d'une fonction f.

II – <u>Etude locale d'une fonction numérique</u> :

L'élève doit être capable de :

1°) Montrer que $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = l$ en établissant une majoration du type :

$| g(x_0 + h) - \ell | \leq k\, j(h)$ où k est un réel positif, j est l'une des fonctions de référence

$x \mapsto x$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \sqrt{|x|}$.

2°) Déterminer la limite d'une fonction f en un point x_0 en utilisant les théorèmes sur les limites (somme, produit, inverse, quotient, racine carrée, valeur absolue).

3°) Déterminer intuitivement la limite ℓ d'une fonction f en un point x_0 et montrer que $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \ell$.

4°) Déterminer la limite à gauche (à droite) d'une fonction en un point x_0 .

5°) Déterminer la limite d'une fonction en $+\infty$, en $-\infty$ en utilisant les théorèmes sur les limites.

6°) Etudier la continuité d'une fonction en un point et déterminer éventuellement le prolongement par continuité.

7°) Etudier la continuité d'une fonction à gauche (à droite) en un point x_0.

8°) Etudier la dérivabilité d'une fonction en un point en utilisant la définition.

9°) Etudier la dérivabilité d'une fonction à gauche (à droite) en un point x_0.

10°) Calculer le nombre dérivé en un point d'une fonction en utilisant les formules usuelles de dérivation.
(Dérivée de : $f + g$; $\alpha \times f$ $(\alpha \in \mathbb{R})$, $f \times g$, $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$; f^n ; $\sqrt{f}$; $x \mapsto f(ax+b)$).

11°) Savoir utiliser un développement limité à l'ordre 1 pour effectuer des calculs approchés (approximation par une fonction affine) et trouver un majorant de l'erreur commise.

12°) Connaissant le nombre dérivé en x_0 d'une fonction f tracer la tangente au point d'abscisse x_0 à la courbe représentative de f sans utiliser l'équation de cette tangente.

13°) Connaissant le nombre dérivé en x_0 d'une fonction f, savoir trouver une équation de la tangente au point d'abscisse x_0 à la courbe représentative de f.

14°) Connaissant le nombre dérivée à droite (à gauche) en x_0, savoir tracer la demi tangente à la courbe au point d'abscisse x_0.

III – <u>Etude globale d'une fonction numérique</u> :

L'élève doit être capable de :

1°) Etudier la continuité d'une fonction sur un intervalle en utilisant la définition ou les théorèmes sur la continuité en un point.
2°) Etudier la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle en utilisant la définition ou les théorèmes sur la continuité en un point.
3°) Une fonction f deux fois dérivables sur un intervalle étant donnée, déterminer les fonctions $f' \ et \ f''$.
4°) Une fonction numérique f étant donnée par une formule explicite ou par sa représentation graphique, synthétiser, sur un tableau, les variations de f obtenues à partir du signe de f(x) ou observées sur sa représentation graphique.
5°) Un tableau de variation étant donné, construire la représentation graphique d'une fonction admettant comme tableau de variations celui-ci.
6°) Etant donné la représentation graphique d'une fonction, déterminer son tableau de variations.

IV – <u>Etude de quelques exemples de fonctions</u> :

L'élève doit être capable de :

1°) Une fonction f de l'un des types suivant étant donnée par une formule explicite ou par sa représentation graphique.

- fonctions polynômes et fonctions rationnelles pour lesquelles on peut déterminer le signe de $f(x)$ (en particulier les fonctions homographiques et les fonctions
$$x \mapsto \frac{ax^2+bx+c}{dx+e};\ a\neq 0 \text{ et } d\neq 0).$$

- Fonctions sinus, cosinus, tangente et fonctions trigonométriques dont on peut déterminer le signe de la dérivée, déterminer les points en lesquels elle possède éventuellement un extremum.

2°) Etudier et représenter les types de fonctions nommées ci-dessus comportant éventuellement un paramètre (pas de paramètres pour les fonctions trigonométriques).

3°) Déterminer les asymptotes parallèles aux axes de la représentation graphique d'une fonction.

4°) Montrer qu'une droite donnée est asymptote oblique à la représentation graphique d'une fonction et préciser éventuellement sa position par rapport à la courbe.

5°) La forme explicite d'une fonction f étant $\frac{P(x)}{Q(x)}$ où P et Q sont des fonctions polynômes telles que (degré de P) = (degré de Q + 1) , (degré Q≥ 1), savoir écrire $f(x)$ sous la forme : ax + b + g(x) pour montrer que sa représentation graphique admet une asymptote et savoir en donner une équation (est hors programme la détermination des réels a et b par la recherche des limites de $\frac{f(x)}{x}$ et de $f(x)-ax$).

6°) Etudier et représenter des fonctions coïncidant par intervalles avec des fonctions des types du savoir faire 1°) ci-dessus (cas particulier des valeurs absolues).

7°) Déterminer graphiquement le nombre de points d'intersection (et éventuellement le signe de leurs abscisses) de la courbe représentative de f et de la droite d'équation y=ax+b

- soit quand cette droite garde une direction donnée (a fixé)
- soit quand cette droite passe par un point donné de l'axe des ordonnées (b fixé).

8°) Résoudre graphiquement des équations du type f(x) = g(x) et des inéquations du type : f(x) ≤ g(x).

V – __Primitives de fonctions usuelles__:

L'élève doit être capable de :

1°) Les fonctions numériques f *et* F étant données par des formules explicites, montrer que F est une primitive de f sur un intervalle I donné.
2°) Etant donné une fonction numérique $f^{(*)}$ définie par une formule explicite et un intervalle I qui prend une valeur donnée y_0 en un point donné x_0 de I.
(*) cas où f est continue sur I.

GÉOMÉTRIE

GÉOMÉTRIE PLANE

Avertissement : En ce qui concerne les vecteurs du plan, il ne s'agit pas de faire redécouvrir des notions comme si elles n'avaient jamais été rencontrées par les élèves.
On ne retiendra que leur mise en pratique.
En ce qui concerne les similitudes planes ;
1°) il ne sera pas question d'exiger des élèves, de façon systématique, la forme réduite d'une similitude plane. Cependant, pour certains cas très simples et/ou avec les indications adéquates, on pourra leur faire découvrir cette forme réduite.
2°) il ne sera pas question d'exiger des élèves, de façon systématique, qu'ils sachent construire « géométriquement » les éléments caractéristiques d'une similitude plane. Néanmoins, la reconnaissance ou la construction de ces éléments peut être abordée dans des cas très simples et/ou avec les indications appropriées.

L'élève doit être capable de :

1°) Un vecteur u étant donné par l'un de ses représentants, construire un autre représentant de ce vecteur, d'origine (ou d'extrémité) fixées.
NB : les élèves connaissent la méthode du parallélogramme ; il est impératif qu'ils maîtrisent également la méthode règle /équerre/compas et il est souhaitable qu'ils l'utilisent.
2°) Etant donné les réels a et b, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et le point A, construire le représentant d'origine A de chacun des vecteurs : $\vec{u}+\vec{v}$, $\vec{u}-\overrightarrow{v}$, $a\times\vec{u}$, $a\times\vec{u}+b\times\vec{v}$
3°) Etant donné un vecteur $\overrightarrow{U}$ et un vecteur u et le point A, construire le vecteur $\vec{v}$ tel que $\overrightarrow{U}=\vec{u}+\vec{v}$
4°) Utiliser les propriétés de l'addition des vecteurs et de multiplication d'un vecteur par un réel pour simplifier des expressions vectorielles.
5°) Reconnaître des vecteurs collinaires.

NB. Il est impératif que les élèves sachent reconnaître la colinéarité ou la non colinéarité de deux vecteurs dans le cas où aucun des deux vecteurs n'est nul.

6°) Prouver qu'un couple de vecteurs est une base de $\mathcal{V}$.
7°) Un vecteur étant défi par ses coordonnées dans une base, construire un représentant de ce vecteur.
8°) Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires étant donnés (ou une base de u étant donnée), décomposer graphiquement un vecteur non nul suivant ces vecteurs (ou dans la base).

9°) Déterminer graphiquement les coordonnées d'un vecteur relativement à une base.

10°) A partir des coordonnées des extrémités d'un représentant (A, B) d'un vecteur $\vec{u}$ relativement à un repère $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$ donné, calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ relativement à la base $\left(\vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$.

11°) Les réels a et b étant donnés et les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant définis par leurs coordonnées respectives dans une base, calculer les coordonnées respectives, dans cette base, des vecteurs : $\vec{u}+\vec{v}$, $\vec{u}-\vec{v}$, $a\times\vec{u}$, $a\times\vec{u}+b\times\vec{v}$.

12°) Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant définis par leurs coordonnées respectives dans une base, prouver par un calcul de déterminant, qu'ils sont (ou non) colinéaires.

13°) Connaissant les coordonnées d'un vecteur dans une base, calculer les coordonnées de ce vecteur dans une autre base.

NB : Il est important de mentionner aux élèves que ce savoir-faire n'est pas enseigné pour lui-même mais en vue d'un réinvestissement judicieux dans certains problèmes (expression analytique de certaines transformations, par exemple).

14°) Enoncer la définition du produit scalaire de deux vecteurs, du carré scalaire d'un vecteur.

15°) Calculer le produit scalaire de deux vecteurs à l'aide de chacune des égalités suivantes :

a) $\vec{u}\bullet\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos(\vec{u}\,;\vec{v})$;

b) $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2}$.

16°) Utiliser les propriétés du produit scalaire (symétrie, linéarité par rapport à addition des vecteurs, multiplication d'un vecteur par un réel) pour transformer des expressions.

17°) Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant définis par leurs coordonnées respectives dans une base orthonormé, calculer $\|\vec{u}\|$ *et* $\vec{u}\bullet\vec{v}$;

18°) Utiliser le produit scalaire pour :

a) Démontrer que deux vecteurs sont orthogonaux
b) Calculer le cosinus d'un angle,
c) Calculer une distance (par exemple déterminer la mesure d'une diagonale d'un parallélogramme connaissant les mesures de l'autre diagonale et de chacun des côtés)
d) Trouver l'ensemble des points M du plan tels que :

- $\overrightarrow{MA}\,.\,\overrightarrow{MB}=k$ (k *réel donné*) (*envisager le cas où* $k=0$) ;
- a MA² + b MB² = k (a , b et k étant trois réels données)
- énoncer et utiliser les deux théorèmes de la médiane

$$MA^2+MB^2=2MI^2+\frac{1}{2}AB^2$$

$$\overrightarrow{MA}\bullet\overrightarrow{MB}=IM^2-\frac{AB^2}{4}$$

19°) Orienter le plan affine à l'aide d'un triplet de points non alignés. Définir un angle orienté de demi-droites.

20°) Etendre cette définition à la notion d'angle orienté de vecteurs unitaires puis à celle d'angle orienté de vecteurs non nuls.

21°) Construire un représentant de la somme de deux angles orientés définis par leurs représentants respectifs.

22°) Utiliser la relation de Chasles dans les calculs ou des démonstrations.

23°) Définir le couple des coordonnées polaires d'un point du plan.

24°) Le plan étant rapporté à un repère orthonormé direct, exprimer les coordonnées polaires d'un point en fonction de ses coordonnées cartésiennes et inversement.

25°) Etablir l'expression analytique :
- d'une rotation dont le centre est l'origine du repère ;
- d'une rotation dont le centre est un point quelconque.

26°) Définir un vecteur normal à une droite.

27°) Etablir une équation cartésienne d'une droite, passant par un point donnée, et admettant comme vecteur normal un vecteur non nul donné.

28°) Calculer la distance d'un point à une droite définie par une équation cartésienne.

29°) Ecrire l'équation normale d'une droite.

(NB : Voir, à ce sujet, la note n°1 qui figure en annexe à ces savoir-faire).

30°) Maîtriser les notions relatives à la symétrie et à la projection selon une direction quelconque.

31°) Investir ses connaissances sur les applications ponctuelles dans la résolution de problèmes de construction ou de recherche d'ensembles de points.

32°) Composer deux isométries.

33°) Trouver la forme canonique d'une symétrie glissée.

34°) Reconnaître les deux types d'isométries (déplacement et antidéplacement)

35°) Un déplacement (ou un antidéplacement) étant défini par deux points et leurs images respectives, le caractériellement et déterminer graphiquement l'image d'un point quelconque du plan.

36°) Pour deux figures isométriques données, F et F', préciser si l'isométrie qui transforme F en F' est un déplacement ou un antidéplacement et caractériser cette isométrie (on se limitera aux cas où l'isométrie qui transforme F en F' est unique).

37°) Construire, à l'aide des instruments de géométrie, l'image d'un point par une similitude plane S dans les cas suivants :

a) lorsque $S = h \circ i$ où h et i sont respectivement une homothétie et une isométrie données ;
b) lorsque 3 points non alignés et leurs images respectives par S sont données (le théorème qui justifie cette construction sera admis) ;
c) lorsque 2 points et leurs images respectives par S sont donnés ainsi que le type de similitude dont fait partie S (indirecte ou directe).

38°) Construire l'image d'une similitude plane de figures simples (segments, demi-droites, droites, triangles, cercles…).

39°) Savoir utiliser dans des cas simples, ou avec des indications, les propriétés géométrique de la similitude plane pour :

a) construire une figure ;
b) démontrer une propriété ;
c) rechercher un ensemble de points.

N.B : Voir, au sujet de la présentation de la similitude, la note n°2 qui figure dans l'annexe

40°) Trouver l'expression analytique d'une application ponctuelle après un choix convenable du repère et, dans le cas d'une transformation, établir l'expression analytique de sa réciproque.

41°) Trouver, une application ponctuelle f définie par son expression analytique, une équation de f(E) lorsque E est une partie du plan donnée par son équation dans un repère.

42°) Utiliser les propriétés des applications ponctuelles pour résoudre des problèmes de géométrie plane (par exemple : construction de figures, recherche de lieux géométriques).

43°) Reconnaître, à partir d'applications affines du programme, la notion de linéarité des applications vectorielles associées à ces applications affines (sans, pour autant, procéder à une étude, pour elle-même, des applications linéaires).

44°) Définir la matrice d'une application linéaire (sans aller au-delà).

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

L'élève doit être capable de :

1°) Représenter, en perspective cavalière, les solides usuels, en particulier le parallélépipède.

2°) Projeter un point sur un plan parallèlement à une direction de droite donnée.

3°) Projeter un point sur une droite parallèlement à une direction de plan donnée.

4°) Définir un vecteur de l'espace à partir de l'équipollence de bipoints de l'espace.

5°) Représenter, dans l'espace :
- la somme de deux vecteurs ;
- le produit d'un vecteur par un réel.

6°) Définir :
- une droite vectorielle ;
- deux vecteurs colinéaires ;
- un plan vectoriel ;
- deux vecteurs coplanaires.

7°) Définir un repère affine de l'espace à partir de quatre points non coplanaires et les coordonnées d'un point relativement à ce repère.

8°) Définir une base de l'espace vectoriel à partir d'un repère affine et les coordonnées d'un vecteur de l'espace relativement à cette base.

9°) Etablir un système de représentation paramétrique, dans l'espace affine, d'une droite, d'un plan.

10°) Établir, dans l'espace affine, une équation cartésienne d'un plan, un système d'équations cartésiennes d'une droite.

11°) Savoir déterminer (par une démonstration ou sur un dessin représenté en perspective cavalière) l'intersection de deux droites, d'une droite et d'un plan, de deux plans, d'un solide et d'un plan.

12°) Définir un repère orthogonal et un repère orthonormé de l'espace affine et les coordonnées d'un point relativement à ces repères.

13°) Définir et représenter :
- deux droites orthogonales de l'espace ;
- une droite orthogonale à un plan.

14°) Utiliser les propriétés d'orthogonalité entre une droite et un plan.

15°) Définir et représenter un dièdre et le rectiligne d'un dièdre.

16°) Définir deux plans perpendiculaires et utiliser les propriétés relatives à l'orthogonalité des plans de l'espace.

17°) Définir le produit scalaire de deux vecteurs de l'espace et utiliser la propriété :

$$\vec{u} \bullet (\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u} \bullet \vec{v} + \vec{u} \bullet \vec{w}$$

18°) Calculer, relativement à un repère orthonormé, la distance de deux points définis par leurs coordonnées respectives.

19°) Définir un vecteur normal à un plan affine et utiliser un tel vecteur.

20°) Projeter un point sur un plan orthogonalement.

21°) Utiliser le théorème relatif à la projection orthogonale d'un angle droit.

22°) Déterminer la distance d'un point à un plan.

23°) Résoudre analytiquement dans l'espace des problèmes de parallélisme ou d'orthogonalité.

24°) Déterminer l'ensemble des points M de l'espace vérifiant des relations du type :

a) $\vec{u} \bullet \overrightarrow{OM} = k$;

b) MA² + MB² = k.

25°) Représenter, dans l'espace, l'image d'un point par les applications suivantes : translation, homothétie, projection et symétries (obliques ou orthogonales).

TRIGONOMÉTRIE

L'élève doit être capable de :

1°) Utiliser le cercle trigonométrique et les axes régulièrement associés à ce cercle : axe des sinus, des cosinus, des tangentes, des cotangentes.

2°) Connaissant une détermination de la mesure en radians d'un angle orienté, trouver l'ensemble des déterminations de cet angle en radians (c'est-à-dire sa mesure en radians), en particulier sa détermination principale, et placer sur le cercle trigonométrique l'extrémité de l'arc associé à cet angle.

3°) trouver le sinus, le cosinus, la tangente d'un nombre réel à l'aide d'une table trigonométrique, d'une calculatrice.

4°) Utiliser le cercle trigonométrique pour obtenir, point par point, sur un intervalle du domaine de définition, une représentation graphique des fonctions sinus, cosinus,et tangente.

5°) Utiliser ces courbes pour obtenir, par lecture, l'image d'un nombre réel par une de ces fonctions et réciproquement.

6°) Établir, à l'aide du cercle trigonométrique, pour un angle donné de mesure x, les formules trigonométriques relatives aux angles associés à x : (–x), x + π, π –x, $\frac{\pi}{2}+x$, $\frac{\pi}{2}-x$.

7°) Mémoriser les formules d'addition et de duplication.

8°) Retrouver les formules de transformation.

9°) Résoudre des équations et inéquations trigonométriques du type :

$$\sin x = a \ ; \ \cos x = a$$

$$a \cos x + b \sin x + c = 0$$

$$\sin x < a \ ; \ \cos x < a .$$

DÉNOMBREMENT - PROBABILITÉ STATISTIQUES

L'élève doit être capable de :

1°) Résoudre des problèmes de dénombrement, soit en utilisant les modèles mathématiques rencontrés en cours (nombre d'applications, d'injections, de bijections, nombre de parties d'un ensemble, nombre de parties ayant p éléments d'un ensemble à n éléments), soit en utilisant un schéma en forme d'arbre.

On se limitera à des situations qui autorisent, de façon simple, l'une ou l'autre de ces approches.

2°) Pour deux ensembles donnés finis E et F, calculer le nombre d'application de E vers F.

3°) Pour un ensemble fini E de cardinal n, et pour un entier p inférieur ou égal à n :

a) définir : - un arrangement d'ordre p de E
- une permutation de E
- une combinaison d'ordre p de E ;

b) calculer leur nombre.

4°) Utiliser les propriétés des nombres C_n^p et retrouver les coefficients du binôme de Newton à partir du triangle de Pascal.

5°) Maîtriser le vocabulaire relatif aux probabilités dans les situations énumérées par le programme.

6°) Calculer la probabilité d'un évènement (en se limitant aux cas d'équiprobabilité des éventualités).

7°) Pour une série statistique donnée, calculer la variance et l'écart-type.

II ANNEXE

NOTE 1: Équation normale d'une droite

NOTE 2: Similitudes planes

<u>NOTE 1</u> :

ÉQUATION NORMALE D'UNE DROITE

<u>Position du problème</u> :

Le plan affine orienté (P) est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}\,;\ \vec{j})$de sens direct.
On se donne arbitrairement :

Un angle â ;
Un nombre réel k.

On désigne par :

$\vec{n}$ le vecteur normé tel que ($\vec{i}$; $\vec{n}$) = â ;
H le point de (P) tel que : $\overrightarrow{OH} = k.\vec{n}$

Soit (D) la droite de (P) passant par H et admettant $\vec{n}$ comme vecteur normal.
On demande d'établir, en fonction de de sin â , cosâ, et k , une équation cartésienne de (D) relativement au repère $(O; \vec{i}\,;\ \vec{j})$.

<u>Résolution</u> :

1°) Vous faites d'abord construire le tableau suivant :

HYPOTHÈSES		CONCLUSION
Données	Nomenclature	
(P) , (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$)	Axes (x'Ox) et (y'Oy)	
â angle quelconque	$\vec{n}$, l'unique vecteur normé (unitaire) tel que : ($\vec{i}$; $\vec{n}$) = â	
k , réel quelconque	H, l'unique point tel que : $\overrightarrow{OH} = k.\vec{n}$	
	(D), l'unique droite de (P) passant par H et admettant $\vec{n}$ comme vecteur normal	Établir une équation cartésienne de (D) en fonction de sin â , cosâ, et k.

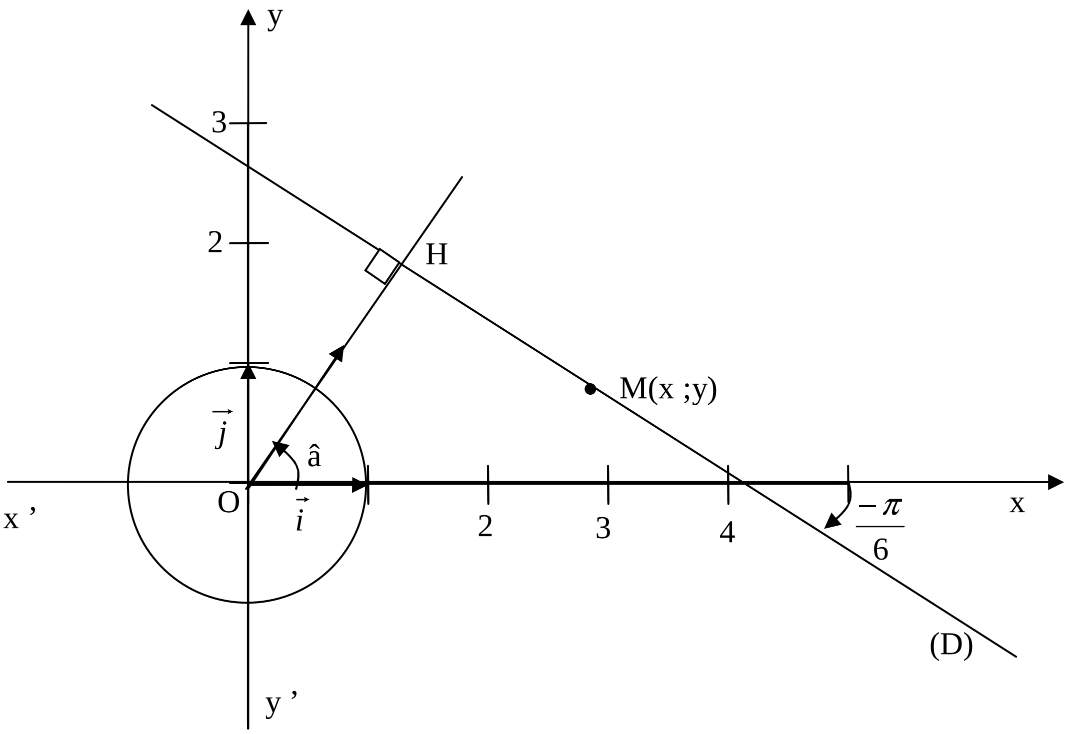
Conduite de l'activité :

2°) Vous faites dessiner par chacun des élèves une figure des valeurs particulières des données. Vous indiquez, par exemple :

Unités de deux centimètres sur les axes, mes(â) = $\frac{\pi}{3}$, k = 2.

Cette figure permettra de supporter le raisonnement et la recherche individuelle pour chaque élève, de vérifier la validité de la réponse, de rappeler certains résultats antérieurs du cours.

Figure :



3°) Soit M un point du plan.

a) Vous faites écrire par chacun une condition nécessaire et suffisante pour que M appartienne à (D).

Parmi les réponses proposées, vous faites retenir :

$$M \in (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{HM} \bullet \vec{n} = 0 \quad (1).$$

b) Vous faites traduire analytiquement l'égalité (1).

Soit x et y les coordonnées du point M.
Celles de $\vec{n}$ sont : cos â et sin â ;
Celles de $\overrightarrow{HM}$ sont : (x-k cos â) et (y-k sin â) ;
Alors : (1) ⇔ (x-k cos â) cos â + (y-k sin â) sin â = 0.

Finalement :

M ∈ (D) ⇔ xcos â + ysin â – k = 0 (2)

L'équation (2) est bien de la forme : Ax + By + C = 0 ;
avec A et B non nuls simultanément.
(2) est une équation cartésienne de (D) dans le repère $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$ écrite en fonction des paramètres imposés par l'énoncé ; elle répond à la question posée.

Cette équation est appelée Équation Normale de droite (D)

c) Remarque :
De l'égalité vectorielle $\overrightarrow{OH} = k.\vec{n}$ vous ferez ressortir l'égalité $\left\|\overrightarrow{OH}\right\| = |k|$;
or || $\overrightarrow{OH}$ || = d(O,(D))

Il en résulte que la distance de O (origine du repère) à (D) est égale à |k|.
Cette distance se calcule également à l'aide d'une formule classique. Rappelez-le.

…………………………………

d) Autre remarque :

Soit Ax + By + C = 0 une équation d'une droite (D), non parallèle à (y'Oy). Cette équation peut s'écrire y = *m*x + p avec $m = -\frac{A}{B}, \quad (B \neq 0)$.

Dans le cas d'un repère orthonormé, le coefficient directeur m est nommé « pente de la droite », il représente la tangente de l'angle que forme le vecteur $\vec{i}$ avec un des vecteurs directeurs de la droite. Rappelez-le.

Conduite de l'activité (suite) :

4°) Application numérique :

La figure a été réalisée pour les valeurs suivantes des données :

mes(â) = et k = 2.

L'équation normale de (D) s'écrit alors : $\frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y - 2 = 0$ (3).

Écrite sous la forme : $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 4\frac{\sqrt{3}}{3}$, elle permet de retrouver sans difficulté :

- la pente de (D) ; $-\frac{\sqrt{3}}{3} = tg\left(-\frac{\pi}{6}\right)$;
- l'ordonnée à l'origine ; $4\frac{\sqrt{3}}{3} \approx 2{,}3$.

Ces résultats numériques facilement vérifiables sur la figure permettent de valider la réponse.

………………………..

Application : Soit, relativement à un repère orthonormé, Ax + By + C = 0 une équation cartésienne d'une droite (D).

$\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}x + \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}y + \frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}} = 0$ est relativement à ce même repère,

une équation NORMALE de (D).

Exemples :

La droite (D) définie par	Admet pour ÉQUATION NORMALE
3x – 4y + 2 = 0	$\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + \frac{2}{5} = 0$
5x – 2 = 0	x – $\frac{2}{5}$ = 0
$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$	$\frac{2\sqrt{5}}{5}x + \frac{\sqrt{5}}{5}y - \frac{7\sqrt{5}}{5} = 0$

NOTE 2 : SIMILITUDES PLANES (11ème SE)

I-/ Introduction par des exemples :

1°) Activité 1 :

On donne un point O et une droite (Δ). Soit h l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{2}$ et c la symétrie orthogonale d'axe (Δ). Soit M et N deux points quelconques du plan euclidien (P). On pose : $S = h \circ c$, M' et N' les images respectives de M et N par S.

Exprime la distance M'N' en fonction de MN ; (tu pourras utiliser la distance M_1N_1 où M_1 et N_1 sont les images respectives de M et N par c).

Conclusion :

La transformation $S = h \circ c$ multiplie la distance de deux points quelconques de (P) par $\frac{3}{2}$. On dit alors que S est une similitude de rapport $\frac{3}{2}$.

2°) Activité 2 :

On donne les points O_1 et O_2 du plan euclidien (P). Soit h l'homothétie de centre O_1 et de rapport –2, r la rotation de centre O_2 et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Soit A et B deux points quelconques de (P). On pose S' = r∘h, A' et B' les images respectives de A et B par S'. Exprimer la distance A'B' en fonction de AB.

Conclusion :

La transformation $S' = r \circ h$ multiplie la distance de deux points quelconques de (P) par 2. On dit alors que *S'* est une similitude de rapport 2.

II-/ Définition d'une similitude plane – Exemples et contre exemples :

1°) Définition :

> Soit un réel k strictement positif.
> On appelle similitude plane de rapport k, toute bijection du plan euclidien (P) dans lui-même telle que, étant donné deux points quelconques M et N d'images respectives M' et N', on ait : M'N' = k MN.

Remarques :

a) Le réel $k > 0$ est appelé rapport de la similitude plane.
b) Deux figures dont lune est l'image de l'autre une similitude plane sont dites semblables.

2°) Activité 3 : Exemple et contre-exemples :

Tu as déjà étudié la projection parallèle, la translation, la symétrie centrale, la symétrie orthogonale, la rotation, l'homothétie.

Peux-tu dire si chacune de ces applications du plan dans lui-même est une similitude plane ? Justifie à chaque fois ta réponse.

III-/ Propriété fondamentale – Conséquences :

1. Décomposition d'une similitude plane :

1.2. Activité 4 :

a) Soit h une homothétie de rapport $k \neq 0$ et i une isométrie du plan euclidien (P). Montre que $h \circ i$ et $i \circ h$ sont des similitudes de rapport $| k |$.

b) On donne un réel $k > 0$ et un point O de (P). Soit :
- S une similitude de (P) de rapport k ;
- h l'homothétie de centre O et de rapport k ;
- h' l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{k}$;

On donne deux points M et N de (P) et on considère leurs images respectives M' et N' par la transformation notée $i = s \circ h'$;
Compare M'N' et MN. Quelle est la nature de i ?
Écris s en fonction de h et i.
Détermine de même la nature de la transformation $i' = h' \circ s$. Donne une autre écriture de s.

Conclusion :

Pour toute similitude plane s se rapport k et pour toute homothétie h' de rapport $\frac{1}{k}$, les transformations suivantes : $i = s \circ h'$ et $i' = h' \circ s$, sont des isométries.

On admettra le théorème suivant :

Théorème 1 :

Soit s une similitude plane de rapport k.
Etant donné une homothétie h de rapport k, il existe deux isométries i et i' telles que :

$$S = i \circ h \text{ et } S = h \circ i'.$$

2. <u>Conséquences</u> :

Il résulte du théorème 1, les propriétés suivantes relatives à la similitude plane.

2.1- Toute similitude plane de rapport k est une bijection (car composée de deux bijections)

2.2- Toute similitude plane de rapport k conserve :
- l'alignement des points ;
- le parallélisme des droites ;
- l'orthogonalité des droites ;
- la mesure des angles ;
- le barycentre des points pondérés.

2.3- Toute similitude plane de rapport k multiplie les aires par le carré (k^2) du rapport k.

2.4- Toute similitude plane de rapport k transforme :
- une droite en une droite ;
- un triangle en un triangle semblable ;
- un cercle de centre I et de rayon ρ en un cercle de centre I' image de I et de rayon $\rho' = k \times \rho$.

3. <u>Exercices</u> :

<u>Exercice 1 :</u>

On donne deux points O_1 et O_2 de (P). Soient h l'homothétie de centre O_1 et de rapport $k = \sqrt{2}$, r la rotation de centre O_2 et d'angle orienté $-\frac{\pi}{4}$. Soit ABC un triangle quelconque de (P).

a) On pose $s_1 = r \circ h$. construire A'B'C', image de ABC par s_1 ;

b) On pose $s_2 = h \circ r$. construire A''B''C'', image de ABC par s_2 ;

(tu peux utiliser la relation métrique dans un carré).

<u>Exercice 2 :</u>

On donne 3 points non alignés A, B, C et leurs images respectives A' , B' , C' par la similitude plane s. soit M un point distinct des 6 premiers.
Construire l'image N' de N par s. (utiliser les relations suivantes : A'M' = k AM ;
B'M' = BM ; C'M' = k CM).

IV- Similitude directe – Similitude indirecte

1- <u>Définitions</u>

Rappelons (voir théorème 1) qu'une similitude plane est la composée d'une homothétie et d'une isométrie. Par ailleurs, nous savons que l'homothétie conserve la mesure des angles orientés.

<u>1.1- Similitude directe</u> :

- La composée d'une homothétie et d'un déplacement conserve l'orientation du plan. C'est ainsi que toute que toute similitude plane qui conserve l'orientation du plan est appelée similitude directe.
- Dans ces conditions, une similitude plane directe s de rapport k est :

- Soit la composée d'une homothétie de rapport k et d'une rotation :
- Soit la composée d'une homothétie h de rapport ket d'une translation t.

Pour un second cas : $s = t \circ h$, ou encore $s = t \circ h = h_1$ où h_1 est une homothétie de même rapport k que h. Par suite, $S = h_1 = Id_p \circ h_1$ où I_p est l'identité de (P) qui peut être considérée comme une rotation d'angle orienté nul et de centre quelconque.

<u>Théorème 2</u> :

> Toute similitude plane directe de rapport $k > 0$ est la composée d'une rotation et d'une homothétie de rapport k.

Remarque :
Deux figures dont l'une est l'image de l'autre par une similitude plane directe sont dites **figures directement semblables**.

<u>1.2- Similitude indirecte</u> :

- La composée d'une homothétie et d'un antidéplacement inverse l'orientation du plan. C'est ainsi que toute similitude plane qui inverse l'orientation du plan est appelée similitude indirecte.
- Dans ces conditions, une similitude plane indirecte s de rapport k est :

- soit la composée d'une homothétie de rapport k et d'une symétrie orthogonale ;
- soit la composée d'une homothétie de rapport k et d'une symétrie glissée, $c \circ t$;

Pour ce second cas, $s = (c \circ t) \circ h = c \circ (t \circ h)$, ou encore $s = c \circ h'$ où h' est une homothétie de rapport k.

Théorème 3 :

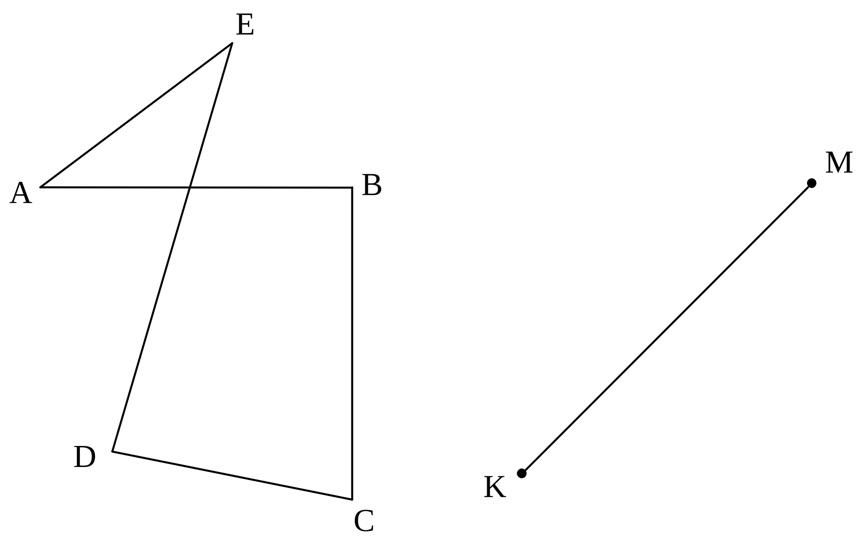
> Toute similitude plane indirecte de rapport $k > 0$ est la composée d'une rotation et d'une symétrie orthogonale et d'une homothétie de rapport k.

Remarque :
Deux figures dont l'une est l'image de l'autre par une similitude plane indirecte sont dites figures indirectement semblables.

2. Applications :

Exercice 1 :

On donne 3 points O, A, B non alignés du plan euclidien (P). Soit M un point quelconque de (P).
Construire M', image de M, par la similitude plane directe (composée de la rotation r et de l'homothétie h de même centre O), qui transforme A en B.
Exercice 2 :
On donne le polygone ABCDE et un segment KM (voir figure ci-dessous).
Construis le polygone IJKLM indirectement semblable à ABCDE.



a) avec les angles ;
b) avec les rapports.

Exercice 2 :

Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct. Soit G son centre de gravité, I le milieu de [AB] et J le milieu de [BC]. Dans les questions ci-dessous, h et r désignent respectivement une homothétie et une rotation de même centre.

a) soit h(A , $\frac{\sqrt{3}}{2}$) et r(A, $\frac{\pi}{6}$) ; détermine (h$\circ$r) (B) ;

b) soit h(C, $\frac{2}{\sqrt{3}}$) et r(A, – $\frac{\pi}{6}$) ; détermine (h$\circ$r) (I) ;

c) soit h(C , $\frac{\sqrt{3}}{2}$) et r(A, $\frac{\pi}{2}$) ; détermine (r$\circ$h) (B) .

Exercice 3 :

Soit ABCD un carré de sens direct, de centre O et I, J, K, L les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD], [DA].
1.* Montre que IJKL est un carré de sens direct.
* Montre que IJKL est l'image de ABCD par une similitude directe s dont on donnera le rapport k.
*Quelle est l'image de O ? (O considéré comme centre de ABCD) ?
* Montre alors que s = r$\circ$h où :
 - h est l'homothétie de centre O et de rapport k
 - r est une rotation de centre O dont on déterminera une mesure de l'angle orienté.
* Détermine la similitude h$\circ$r (tu pourras déterminer l'image de 3 points non alignés de la figure). Que constate-tu ?

2. Soit M, N, P, Q, les milieux respectifs de [IJ], [JK], [KL], [LI].
* Montre que PNMQ est un carré de sens indirect.
* Montre que ABCD est l'image de PNMQ par une similitude indirecte s' dont on donnera le rapport k'.
* Quelle est l'image de O ? (O considéré comme centre de PNMQ) ?
* En déduire que s' peut s'écrire : s' = $\sigma_{(\Delta)} \circ h'$ où :
- h' est l'homothétie de centre O et de rapport k' ;
- $\sigma_{(\Delta)}$ est une symétrie orthogonale dont on précisera l'axe (Δ).
* Détermine la similitude h'$\circ\sigma_{(\Delta)}$ (tu pourras déterminer l'image de 3 points non alignés de la figure). Que constate-tu ?

3. On désigne par a l'aire du carré ABCD. Peux-tu donner sans autre calcul l'aire de chacun des carrés IJKL et MNPQ ?.

SAVOIR-FAIRE
11ème SB

Pour les paragraphe du programme où ne figurent pas de savoir-faire, se référer à ceux de la classe de 10ème SE.

A– ALGÈBRE

I) - APPLICATIONS

Les applications seront données sous diverses formes :
- Formule explicite ;
- Représentation graphique ;
- Tableau de valeurs ;
- Lien verbal ou programme de construction.

La représentation graphique sera un outil privilégié permettant de résoudre simplement de nombreux problème sans qu'une démonstration ne soit exigée. Elle sera aussi un moyen de conjecture et de contrôle lorsqu'une résolution algébrique est demandée.

L'élève doit être capable de :

1°) reconnaître si une application donnée est :
- injective ou non
- surjective ou non
- bijective ou non

2°) une application bijective étant donnée par une formule explicite, déterminer sa bijection réciproque (dans des cas simples).

3°) la représentation graphique d'une application bijective étant donnée dans un repère orthonormé, tracer la représentation graphique de sa bijection réciproque.

4°) une application étant donnée, déterminer :
- sa restriction à un sous-ensemble de son ensemble de départ
- un prolongement de cette application.
-

5°) étant donnée une application non injective, trouver éventuellement des intervalles sur lesquelles les restrictions sont injectives.
6°) déterminer la composée de deux applications.

7°) une application étant donnée, déterminer :
- l'image directe d'un sous-ensemble de l'ensemble de départ ;
- l'image réciproque d'un sous-ensemble de l'ensemble d'arrivée.

(Étude de cas simples lorsque l'application n'est pas une fonction numérique d'une variable réelle).

II) ÉQUATIONS, INÉQUATIONS, SYSTÈMES

L'élève doit être capable de :

1°) Déterminer la forme canonique d'un polynôme du second degré

2°) Résoudre une équation du second degré dans ℝ à l'aide du discriminant et discuter lorsqu'elle comporte un paramètre (dans tous les cas on habituera les élèves à contrôler leurs résultats à l'aide de la somme et du produit des solutions).

3°) Trouver un zéro d'une fonction polynôme du second degré connaissant l'autre en utilisant la somme ou le produit.

4°) Calculer deux nombres réels dont on connaît la somme et le produit.

5°) Trouver le signe de f(x) où f est une fonction polynôme du second degré.

6°) Résoudre une équation du second degré dans ℝ et discuter lorsqu'elle comporte un paramètre.

7°) Résoudre dans ℝ des équations et inéquations se ramenant au second degré :

- Equations bicarrées
- Equations ou inéquations avec radicaux du type :
  - $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ *ou* $\sqrt{f(x)} = ax + b$
  - $\sqrt{f(x)} \leq \sqrt{g(x)}$ *ou* $\sqrt{f(x)} = ax + b$

  f et g étant des fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 2.

8°) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ un système de deux équations du premier degré en utilisant l'une des méthodes suivantes :

a) Graphique
b) Par substitution
c) Par combinaison
d) Par calcul du déterminant (par exemple lors de la présence de paramètre).

9°) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ un système de 3 équations linéaires du premier degré par :

a) Substitution
b) La méthode du pivot de Gauss.

(le calcul du déterminant d'ordre 3 est hors programme).

10°) Résoudre graphiquement une inéquation, un système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}^3$.

11°) Résoudre des problèmes se ramenant à la résolution d'équations, d'inéquations et de systèmes étudiées ci-dessus.

B – ANALYSE

I) FONCTION NUMÉRIQUE D'UNE VARIABLE RÉELLE ET REPRÉSENTATION GRAPHIQUES

L'élève doit être capable de :

1°) f et g étant deux fonctions données, résoudre graphiquement ou algébriquement des équations du type :

$x \in \mathbb{R}$, $f(x) = g(x)$

et les inéquations du type :

$x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq g(x)$.

(Application au cas particulier où l'une des fonctions est constante).

Pour la résolution algébrique, on se limitera à la résolution d'équations et d'inéquations abordées lors du chapitre « Équations–Inéquations »

2°) Une fonction étant donnée, montrer qu'un réel donné est ou n'est pas un majorant ou un minorant de cette fonction

3°) Étant donnée une fonction f et un intervalle, trouver un éventuel majorant de |f(x)| sur cet intervalle.

4°) les fonctions f et g étant données par des formules explicites, déterminer l'ensemble de définition et la formule explicite de chacune des fonctions suivantes :

$$f + g \quad , \quad \alpha \times f \quad (\alpha \in \mathbb{R}) \quad , \quad fg \quad , \quad \frac{1}{g} \quad , \quad \frac{f}{g} \; ; \; g \circ f \, .$$

5°) Les courbes des fonctions f et g étant données, construire quelques points des courbes représentatives des fonctions $f + g$ *et* $g \circ f$ sans calcul.

6°) Étant donnée la courbe représentative (C) d'une fonction f, construire à partir de la courbe (C), en précisant la transformation éventuellement utilisée, la courbe représentative des fonctions suivantes :

$x \mapsto f(x-a)$; $x \mapsto f(x)+k$: $x \mapsto k\,f(x)$; $x \mapsto |f(x)|$; $x \mapsto f(kx)$ où a, b, k sont des réels

6°) Étant donnée une fonction, la décomposer en fonctions associées à des fonctions de référence et en déduire la construction de sa représentation graphique.

7°) Etant donnée une fonction f, la décomposer en fonctions associées à des fonctions de référence et en déduire la construction de sa représentation graphique (Etude uniquement des cas où f est une fonction polynôme du second degré ou une fonction homographique)

8°) Construire les représentations graphiques des fonctions sinus, cosinus et de quelques fonctions associées.

9°) Reconnaître si une fonction est paire, impaire, périodique, utiliser ces résultats pour :

a) restreindre l'ensemble d'étude de f à un ensemble E_f ;

b) achever la représentation graphique de f connaissant sa représentation graphique sur E_f.

10°) Démontrer qu'un point est centre de symétrie de la courbe représentative d'une fonction f.

11°) Étant donné un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), démontrer qu'une droite de vecteur directeur $\vec{j}$ est axe de symétrie de la courbe représentative d'une fonction f.

II) SUITES NUMÉRIQUES

Les suites seront données sous diverses formes :

- $U_n = f(n)$
- Une formule de récurrence
- Un graphique
- Un tableau numérique

L'élève doit être capable de :

1°) Déterminer quelques termes d'une suite numérique u lorsqu'elle est donnée par :

- $U_n = f(n)$
- Une formule de récurrence
- $U_{n+1} = f(U_n)$, la représentation graphique de f (donnée ou à construire) et un terme de la suite u ;
- Un tableau numérique.

2°) Montrer qu'une suite donnée est :

- positive, négative ou non
- croissante ou non ; décroissante ou non ; constante ou non
- monotone ; majorée ; minorée
- bornée ou non.

3°) Montrer qu'une proposition donnée est vraie en utilisant le raisonnement par récurrence

4°) Montrer qu'une suite donnée est :

- arithmétique ou non
- géométrique ou non.

5°) Calculer un terme de rang quelconque connaissant un autre terme et la raison d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.

6°) Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
7°) Résoudre un problème concret faisant intervenir les suites arithmétiques, les suites géométriques.

8°) Montrer qu'une suite u converge vers ℓ un nombre réel donné en comparant la suite $u - \ell$ à l'une des suites de références suivantes :

$$\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right),\ n \geq 1 \quad ; \quad \left(\frac{1}{n^p}\right),\ n\geq 1 \ \text{où}\ \ p \in IN \quad ; \quad \left(\frac{1}{k^n}\right), n \in IN \ \ \text{où} \ \ k \in IN - \{0;1\}.$$

9°) Une suite géométrique étant donnée, montrer si elle est convergente ou non.

III)- LIMITE – CONTINUITÉ – DÉRIVATION D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

La démarche adopté pour l'étude de la notion de limite en un point est analogue à celle de la classe de 11ème SE. Elle est donc différente de celle exposé dans le manuel de 1ère D de l'IRMA.

L'élève doit être capable de :

1°) Montrer que $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = l$ en établissant une majoration du type :

$| g(x_0 + h) - \ell | \leq k\, j(h)$ où k est un réel positif, j est l'une des fonctions de référence

$x \mapsto x$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \sqrt{|x|}$.

2°) Déterminer la limite d'une fonction f en un point x_0 en utilisant les théorèmes sur les limites (somme, produit, inverse, quotient, racine carrée, valeur absolue).

3°) Déterminer intuitivement la limite ℓ d'une fonction f en un point x_0 et montrer que

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell.$$

4°) Déterminer la limite à gauche (à droite) d'une fonction en un point x_0 .

5°) Déterminer la limite d'une fonction en $+\infty$, en $-\infty$ en utilisant les théorèmes sur les limites.

6°) Etudier la continuité d'une fonction en un point et déterminer éventuellement le prolongement par continuité.

7°) Etudier la continuité d'une fonction à gauche (à droite) en un point x_0.

8°) Etudier la dérivabilité d'une fonction en un point en utilisant la définition.

9°) Etudier la dérivabilité d'une fonction à gauche (à droite) en un point x_0.

10°) Calculer le nombre dérivé en un point d'une fonction en utilisant les formules usuelles de dérivation.

(Dérivée de : $f + g$; $\alpha \times f$ ($\alpha \in \mathbb{R}$), $f \times g$, $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$; f^n ; $\sqrt{f}$; $x \mapsto f(ax+b)$).

11°) Connaissant le nombre dérivé en x_0 d'une fonction f, tracer la tangente au point d'abscisse x_0 à la courbe représentative de f sans utiliser l'équation de cette tangente.

12°) Connaissant le nombre dérivé en x_0 d'une fonction f, savoir trouver une équation de la tangente au point d'abscisse x_0 à la courbe représentative de f.

13°) Connaissant le nombre dérivée à droite (à gauche) en x_0, savoir tracer la demi tangente à la courbe au point d'abscisse x_0.

14°) Une fonction numérique f étant donnée par une formule explicite ou par sa représentation graphique, synthétiser sur un tableau les variations de f obtenues à partir du signe de f '(x) ou observées sur sa représentation graphique.

15°) Un tableau de variation étant donné, construire la représentation graphique d'une fonction admettant comme tableau de variation celui-ci.

IV)- REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE QUELQUES EXEMPLES DE FONCTIONS

L'élève doit être capable de :

1°) Une fonction f de l'un des types suivant étant donnée par une formule explicite ou par sa représentation graphique.

- fonctions polynômes et fonctions rationnelles pour lesquelles on peut déterminer le signe de $f(x)$ (en particulier les fonctions homographiques et les fonctions

$$x \mapsto \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}; \ a\neq 0 \text{ et } d\neq 0).$$

- Fonctions sinus, cosinus, tangente et fonctions trigonométriques dont on peut déterminer le signe de la dérivée, déterminer les points en lesquels elle possède éventuellement un extremum.

2°) Etudier et représenter les types de fonctions nommées ci-dessus comportant éventuellement un paramètre (pas de paramètres pour les fonctions trigonométriques).
3°) Déterminer les asymptotes parallèles aux axes de la représentation graphique d'une fonction.
4°) Montrer qu'une droite donnée est asymptote oblique à la représentation graphique d'une fonction et préciser éventuellement sa position par rapport à la courbe.
5°) La forme explicite d'une fonction f étant $\frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ $(a\neq 0 \ \ et \ \ d\neq 0)$, savoir écrire $f(x)$ sous la forme : ax + b + g(x) pour montrer que sa représentation graphique admet une asymptote et savoir
en donner une équation (est hors programme la détermination des réels a et b par la recherche des limites de $\frac{f(x)}{x}$ et de $f(x)-ax$).
6°) Déterminer graphiquement le nombre de points d'intersection (et éventuellement le signe de leurs abscisses) de la courbe représentative de f et de la droite d'équation y=m, m $\in\mathbb{R}$.

7°) Résoudre graphiquement des équations du type f(x) = g(x) ; sinx = a ; cosx = a ;
tan(x) = a et des inéquations du type : f(x) $\leq$ g(x).

V)- PRIMITIVES DE FONCTIONS USUELLES

L'élève doit être capable de :

1°) Les fonctions numériques $f \ et \ F$ étant données par des formules explicites, montrer que F est une primitive de f sur un intervalle I donné.
2°) La fonction numérique f étant définie par une formule explicite , déterminer la primitive de la fonction f sur l' intervalle I donné qui prend une valeur donnée y_0 en un point donné x_0 de I.

C – GÉOMÉTRIE

I) – GÉOMÉTRIE PLANE

L'élève doit être capable de :

1°) Calculer le produit scalaire de deux vecteurs à l'aide de chacune des égalités suivantes :

c) $\vec{u} \bullet \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}\,;\vec{v})$;

d) $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2}$.

2°) Utiliser les propriétés du produit scalaire (symétrie, linéarité par rapport à addition des vecteurs, multiplication d'un vecteur par un réel) pour transformer des expressions.

3°) Utiliser le produit scalaire pour :

a) Démontrer que deux vecteurs sont orthogonaux

b) Calculer le cosinus d'un angle,

c) Calculer une distance (par exemple déterminer la mesure d'une diagonale d'un parallélogramme connaissant les mesures de l'autre diagonale et de chacun des côtés)

d) Etablir les relations métriques suivantes dans un triangle quelconque :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}\ .$$

$\dfrac{a}{\sin \hat{A}} = \dfrac{b}{\sin \hat{B}} = \dfrac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$ (R, rayon du cercle circonscrit)

$S = \dfrac{1}{2} bc \sin \hat{A}$ (S = aire du triangle).

e) déterminer les lignes de niveau des applications suivantes :

$$M \mapsto \overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AM}\ ;$$

$$M \mapsto \overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{MB}\ ;$$

$$M \mapsto \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2\ ;$$

$$M \mapsto \overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2\ ;$$

$$M \mapsto mes(°)\ A\hat{M}B\,.$$

4°) Etablir l'équation de la tangente à un cercle.

5°) Utiliser le théorème des angles inscrits pour construire un arc capable d'un angle donné sur un segment donné.

6°) Construire le barycentre de 2 ou 3 points pondérés et utiliser pour la détermination et la construction des lieux géométriques suivants :

Ensemble des points M tels que f(M) = k pour les lignes de niveau des applications suivantes :
(Référence Collection Delagrave Géom.1ère S).

$$M \mapsto \alpha\, MA^2 + \beta\, MB^2 \quad ; \quad M \mapsto \frac{MA}{MB} = k \quad ; \quad M \mapsto \alpha\, \overrightarrow{MA}^2 + \beta\, \overrightarrow{MB}^2 + \lambda\, \overrightarrow{MC}^2$$

7°) Reconnaître deux triangles semblables en utilisant le critère de similitude.
8°) Reconnaître deux types d'isométrie : déplacement et antidéplacement
9°) Pour les transformations suivantes : translation ; symétrie centrale ; symétrie orthogonale ; homothétie, rotation ;

a) construire, aux instruments, l'image d'une figure géométrique simple ;
b) utiliser leurs propriétés pour la résolution de problèmes.
c) Etablir, à partir d'exemples, leur expression analytique.

10°) construire, aux instruments, l'image d'une figure géométrique simple par une similitude définie comme la composée d'une homothétie et d'une isométrie (ou l'inverse).
11°) Utiliser les propriétés géométriques de la similitude pour démontrer une propriété, rechercher un ensemble de points, construire une figure.
12°) Etablir, à partir d'un exemple, l'expression analytique d'une similitude ayant pour centre l'origine du repère.
13°) Une transformation étant définie par son expression analytique, reconnaître sa nature et préciser ses éléments caractéristiques à l'aide de l'un ou de plusieurs des moyens suivants :

a) image de certains points judicieusement choisis ;
b) conservation éventuelle de la distance et de l'orientation du plan ;
c) ensemble des points invariants.

D- GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

L'élève doit être capable de :

1°) Projeter orthogonalement un point sur un plan.
2°) Projeter orthogonalement un point sur une droite.
3°) Utiliser un repère orthogonal de l'espace pour trouver les coordonnées d'un point.
4°) Reconnaître les solides suivants : parallélépipède, cube, tétraèdre, prisme, pyramide, cylindre, cône de révolution, sphère, et savoir calculer las aires et les volumes de ces solides (formules admises).
5°) Trouver l'intersection d'une sphère et d'un plan, d'une sphère et d'une droite.

E- TRIGONOMÉTRIE

L'élève doit être capable de :

1°) Utiliser le cercle trigonométrique et les axes régulièrement associés à ce cercle : axe des sinus, des cosinus, des tangentes, des cotangentes.

2°) Connaissant une détermination de la mesure en radians d'un angle orienté, trouver l'ensemble des déterminations de cet angle en radians (c'est-à-dire sa mesure en radians), en particulier sa détermination principale, et placer sur le cercle trigonométrique l'extrémité de l'arc associé à cet angle.

3°) trouver le sinus, le cosinus, la tangente d'un nombre réel à l'aide d'une table trigonométrique, d'une calculatrice.

4°) Utiliser le cercle trigonométrique pour obtenir, point par point, sur un intervalle du domaine de définition, une représentation graphique des fonctions sinus, cosinus.

5°) Utiliser ces courbes pour obtenir, par lecture, l'image d'un nombre réel par une de ces fonctions et réciproquement.

6°) Établir, à l'aide du cercle trigonométrique, pour un angle donné de mesure x, les formules trigonométriques relatives aux angles associés à x : (–x), x + π, π –x, $\frac{\pi}{2}+x$, $\frac{\pi}{2}-x$.

7°) Mémoriser les formules d'addition et de duplication.

8°) Retrouver les formules de transformation.

9°) Résoudre des équations et inéquations trigonométriques du type :

$$\sin x = a \ ; \ \cos x = a$$

$$a \cos x + b \sin x + c = 0$$

$$\sin x < a \ ; \ \cos x < a$$

$$\sin x \geq a \ ; \ \cos x \geq a \ .$$

SAVOIR-FAIRE
$11^{\text{ème}}$ SH

- **<u>Activités Graphiques</u>**

Les savoir-faire concernant les droites, les fonctions affines et les fonctions affines par intervalles, seront abordés uniquement sous forme d'exercices.

L'élève doit être capable de :

1°) Savoir prouver que trois points sont alignés.
2°) Savoir montrer qu'un point appartient à une droite d'équation cartésienne donnée.
3°) Une droite étant donnée par une équation cartésienne, savoir donner les coordonnées d'un de ses points, d'un de ses vecteurs directeurs et savoir calculer son coefficient directeur lorsqu'elle est non parallèle à l'axe des ordonnées.
4°) Savoir tracer une droite donnée par :
  a) un point et un vecteur directeur
  b) un point et son coefficient directeur
  c) une équation cartésienne.
5°) Etant donné deux droites, savoir prouver qu'elles sont parallèles, perpendiculaires.
6°) Savoir trouver une équation cartésienne d'une droite déterminée par :
  a) deux points distincts
  b) un point et un vecteur directeur
  c) un point et son coefficient directeur
  d) un point et parallèle à une droite donnée
  e) un point et perpendiculaire à une droite donnée
  f) sa représentation graphique.
7°) Reconnaître une fonction affine.
8°) Connaissant la formule explicite d'une fonction affine, tracer sa courbe représentative.
9°) Déterminer la formule explicite d'une fonction affine lorsqu'elle est donnée par :
  a) deux réels et leurs images respectives
  b) sa représentation graphique.
10°) Etant donné les fonctions affines f et g, résoudre graphiquement et algébriquement :
  a) les équations : $f(x)=0$; $f(x)=k, k \text{ réel fixé}$
  b) les inéquations : $f(x)\leq 0$; $f(x)\leq k, k \text{ réel fixé}$
  c) les systèmes : $\begin{cases} f(x)=k \\ g(x)=\ell \end{cases}$; $\begin{cases} f(x)\leq k \\ g(x)\leq \ell \end{cases}$, k *et* ℓ *réels fixés.*
11°) Savoir tracer la représentation graphique d'une fonction affine par intervalles.
12°) Mettre en équation un problème concret faisant appel à des fonctions affines ou affines par intervalles et le résoudre.
13°) Tracer la représentation graphique des fonctions :

$$x \mapsto x^2 \quad ; \quad x \mapsto \frac{1}{x} \quad ; \quad x \mapsto \sqrt{x} \ .$$

14°) Etant donné la courbe représentative C d'une des fonctions f suivantes :

$$x \mapsto x^2 \quad ; \quad x \mapsto \frac{1}{x} \quad ; \quad x \mapsto \sqrt{x}$$

Construire, à partir de C, la courbe représentative des fonctions suivantes :

$$x \mapsto kf(x) \quad , \quad k \text{ réel donné}$$

$$x \mapsto f(x) + b \quad , \quad b \text{ réel donné}$$
$$x \mapsto |f(x)|$$
$$x \mapsto f(-x)$$
$$x \mapsto f(x-a) \quad , \quad a \text{ réel donné}$$

15°) Reconnaître si une fonction f est paire, impaire.
Utiliser ces résultats pour :
a) restreindre l'ensemble d'étude de f à un ensemble E_f
b) achever la représentation graphique de f connaissant sa représentation graphique sur E_f.

16°) Démontrer qu'un point est un centre de symétrie pour la courbe représentative d'une fonction.
17°) Etant donné un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, démontrer qu'une droite de vecteur directeur $\vec{j}$ est un axe de symétrie de la courbe représentative d'une fonction.

Fonctions polynômes du second degré :

L'élève doit être capable de :
1°) Déterminer la forme canonique d'un polynôme du second degré
2°) Tracer la représentation graphique d'une fonction trinôme quelconque :
a) en l'écrivant sous sa forme canonique ;
b) puis en utilisant la représentation graphique de la fonction $x \mapsto x^2$ et le Savoir-faire n°14 du chapitre « Activité graphique ».

3°) Résoudre une équation du second degré sans paramètre dans ℝ à l'aide du discriminant. On habituera les élèves à contrôler leurs résultats à l'aide de la somme et du produit des solutions.
4°) Trouver un zéro d'une fonction polynôme du second degré connaissant l'autre en utilisant la somme ou le produit des solutions.
5°) Factoriser un polynôme du second degré en produits de polynômes du premier degré (si possible).
6°) Calculer deux nombres réels dont on connaît la somme et le produit
7°) Trouver le signe de f(x) où f est une fonction polynôme du second degré.

8°) Résoudre une inéquation du second degré sans paramètre dans ℝ .
9°) Mettre en équation un problème concret se ramenant à la résolution d'équations ou d'inéquations du second degré sans paramètre dans ℝ et le résoudre.

10°) Résoudre dans ℝ des équations bicarrées sans paramètre

11°) A l'aide d'une calculette et en utilisant le schéma de Hörner, résoudre des équations du second degré comportant des coefficients non entiers.

Fonction homographique :

L'élève doit être capable de :

1°) Etant donnée une fonction homographique f telle que : $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$; déterminer les réels a' ; b' et c' tels que : $f(x) = a' + \frac{b'}{x+c'}$

2°) Tracer la représentation graphique d'une fonction homographique f quelconque :

a) en écrivant f(x) sous la forme $f(x) = a' + \frac{b'}{x+c'}$

b) puis en utilisant la représentation graphique de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ et le savoir-faire n°14 du chapitre « Activités graphiques ».

3°) Etudier le signe de f(x), f étant une fonction homographique

4°) Résoudre graphiquement ou algébriquement une équation, une inéquation se ramenant aux formes $\frac{ax+b}{cx+d} = 0 \quad ou \quad \frac{ax+b}{cx+d} \leq 0$.

5°) Mettre en équation un problème concret se ramenant à la résolution d'équations ou d'inéquations se ramenant aux formes : $\frac{ax+b}{cx+d} = 0 \quad ou \quad \frac{ax+b}{cx+d} \leq 0$.

Suites numériques :

L'élève doit être capable de :

1°) Déterminer quelques termes d'une suite numérique u lorsqu'elle est donnée par :

- $U_n = f(n)$
- Une formule de récurrence
- $U_{n+1} = f(U_n)$, la représentation graphique de f (donnée ou à construire) et un terme de la suite u ;
- Un tableau numérique.

2°) Représenter graphiquement une suite.

3°) Montrer qu'une suite donnée est croissante, décroissante, constante, monotone ou non.

4°) Montrer qu'une suite donnée est :

- arithmétique ou non
- géométrique ou non.

5°) Calculer un terme de rang quelconque connaissant un autre terme et la raison d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.

6°) Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.

7°) Résoudre un problème concret faisant intervenir les suites arithmétiques, les suites géométriques (intérêt simple, intérêt composé, démographie, biologie).

Dérivation des Fonctions :

Si on a une courbe ($\mathcal{C}$), représentative d'une fonction f, un point A de ($\mathcal{C}$) dont les coordonnées sont (a ;f(a)), une droite passant par A recoupe en général la courbe ($\mathcal{C}$) en un point M proche de A.

Une telle droite a pour coefficient directeur : $\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$;

Lorsque M s'approche de A, cette sécante aura comme position limite la tangente à la courbe en A.

Pour trouver le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point A de coordonnées (a ; f(a)), on calculera le rapport $\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$.

Généralement, la simplification par x – a permet d'obtenir une nouvelle expression définie pour la valeur a de x.

Il suffit de remplacer x par a dans cette nouvelle expression pour obtenir le coefficient directeur de la tangente à la courbe en A.

Chaque fois que ce calcul sera réalisable, on admettra que la courbe admet une tangente au point A.

L'élève doit être capable de :

1°) Déterminer le nombre dérivé d'une fonction en un point donné.
(voir méthode exposée ci-dessus).

2°) Connaissant le nombre dérivé d'une fonction en un point a ; savoir tracer la tangente au point d'abscisse a à la courbe représentative de f sans utiliser l'équation de cette tangente.

3°) Connaissant le nombre dérivé en a d'une fonction f , savoir trouver une équation de la tangente au point d'abscisse a à la courbe représentative de f.

4°) Déterminer la fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 2 ; 3 ; …d'une fonction homographique, de la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ en utilisant le tableau suivant des dérivées :

D*f*	Fonction f	Fonction f'	D*f'*
ℝ	$x \mapsto a \quad (a \in IR)$	$x \mapsto 0$	ℝ
ℝ	$x \mapsto x$	$x \mapsto 1$	ℝ
ℝ	$x \mapsto ax \quad (a \in IR)$	$x \mapsto a$	ℝ
ℝ	$x \mapsto ax^2 \quad (a \in IR)$	$x \mapsto 2ax$	ℝ
ℝ	$x \mapsto ax^n \quad (a \in IR)(n \in IN^*)$	$x \mapsto nax^{n-1}$	ℝ
ℝ	$x \mapsto a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$; $(a_0 ; a_1 ; .... ; a_n \quad réels)$	$x \mapsto na_n x^n + (n-1)a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1$	ℝ
ℝ*	$x \mapsto \frac{1}{x}$	$x \mapsto \frac{-1}{x^2}$	ℝ*
ℝ*	$x \mapsto \frac{a}{x} \quad (a \in IR^*)$	$x \mapsto \frac{-a}{x^2}$	ℝ*
ℝ*	$x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d} \quad (c \in IR^*)$	$x \mapsto \frac{ad-bc}{(cx+d)^2} \quad (c \in IR^*)$	
ℝ+	$x \mapsto \sqrt{x}$	$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$	ℝ*+

5°) Etudier les variations (à partir de l'étude du signe de la dérivée), dresser le tableau de variations, et tracer la courbe représentative d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3 ou d'une fonction homographique.

6°) Calculer une solution approchée d'une équation algébrique de degré 3 par la méthode de Newton (voir son principe dans le programme).

Statistique :

L'élève doit être capable de :

1°) Savoir organiser (coder, classer, ranger, dénombrer) sous forme de tableau des données statistiques fournies à l'état brut.

2°) Savoir lire un tableau de données.

3°) Savoir représenter une distribution statistique (diagrammes en bâtons, diagrammes à bandes, histogrammes (classes de même amplitude), diagrammes circulaires, diagrammes semi-circulaires).

4°) Savoir calculer et représenter des effectifs, des effectifs cumulés, des fréquences, des fréquences cumulées.

5°) Déterminer :

a) Les caractéristiques de position : mode (classe modale), médiane, moyenne, quantiles (quartiles, déciles) ;

b) Les caractéristiques de dispersion : l'étendue, l'écart moyen arithmétique, la variance, l'écart-type.

SAVOIR-FAIRE
11ème LL

Activités Graphiques :

Les savoir-faire concernant les droites, les fonctions affines et les fonctions affines par intervalles seront abordés uniquement sous forme d'exercices.

L'élève doit être capable de :

1°) Prouver que trois points sont alignés.

2°) Savoir montrer qu'un point appartient à une droite d'équation cartésienne donnée.

3°) Une droite étant donnée par une équation cartésienne, savoir donner les coordonnées d'un de ses points, d'un de ses vecteurs directeurs et savoir calculer son coefficient directeur lorsqu'elle est non parallèle à l'axe des ordonnées.

4°) savoir tracer une droite définie par :

a) Un point et un vecteur directeur
b) Un point et son coefficient directeur
c) Une équation cartésienne

5°) Etant données deux droites, savoir prouver qu'elles sont parallèles, perpendiculaires.

6°) Savoir trouver une équation cartésienne d'une droite déterminée par :

a) Deux points distincts
b) Un point et un vecteur directeur
c) Un point et son coefficient directeur
d) Un point et une parallèle à une droite donnée
e) Un point et une perpendiculaire à une droite donnée
f) Sa représentation graphique.

7°) Reconnaître une fonction affine.

8°) Connaissant la formule explicite d'une fonction affine, tracer sa courbe représentative

9°) Déterminer la formule explicite d'une fonction affine lorsqu 'elle est donnée par :

a) Deux réels et leurs images respectives
b) Sa représentation graphique.

10°) Etant donné les fonctions affines f et g, résoudre graphiquement et algébriquement :

a) Les équations : $f(x) = 0$; $f(x) = k$; k réel fixé ;
b) Les inéquations : $f(x) \leq 0$; $f(x) \leq k$; k réel fixé ;

c) Les systèmes : $\begin{cases} f(x) = k \\ g(x) = \ell \end{cases}$; $\begin{cases} f(x) \leq k \\ g(x) \leq \ell \end{cases}$ *k et* ℓ *réels fixés*

11°) Savoir tracer la représentation graphique d'une fonction affine par intervalles.

12°) Mettre en équation un problème concret faisant appel à des fonctions affines ou affines par intervalles et les résoudre.

13°) Tracer la représentation graphique des fonctions : $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \dfrac{1}{x}$; $x \mapsto \sqrt{x}$

14°) Etant donné la courbe représentative ($\mathcal{C}$) d'une des fonctions suivantes :

$$x \mapsto x^2 \;;\quad x \mapsto \frac{1}{x} \;;\quad x \mapsto \sqrt{x}$$

Construire à partir de ($\mathcal{C}$), la courbe représentative d'une des fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} &x \mapsto k\,f(x) \ , \ k \ \text{réel} \\ &x \mapsto f(x) + b \ , \ b \ \text{réel} \\ &x \mapsto |f(x)| \\ &x \mapsto f(-x) \\ &x \mapsto f(x-a) \ , \ a \ \text{réel}. \end{aligned}$$

15°) Reconnaître si une fonction f est paire ou impaire. Utiliser ces résultats pour :

a) Restreindre l'ensemble d'étude de f à un ensemble E_f.
b) Achever la représentation graphique de f connaissant sa représentation graphique sur E_f.

16°) Démontrer qu'un point est un centre de symétrie pour la courbe représentative d'une fonction.

17°) Etant donné un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$, démontrer qu'une droite de vecteur directeur $\vec{j}$ est un axe de symétrie pour la courbe représentative d'une fonction.

Fonctions Polynômes du second degré :

L'élève doit être capable de :

1°) Déterminer la forme canonique d'un polynôme du second degré.

2°) Tracer la représentation graphique d'une fonction trinôme quelconque :

a) en l'écrivant sous sa forme canonique ;
b) puis en utilisant la représentation graphique de la fonction $x \mapsto x^2$ et le

Savoir-faire n°14 du chapitre « Activité graphique ».

3°) Résoudre une équation du second degré sans paramètre dans ℝ à l'aide du discriminant. On habituera les élèves à contrôler leurs résultats à l'aide de la somme et du produit des solutions.
4°) Trouver un zéro d'une fonction polynôme du second degré connaissant l'autre en utilisant la somme ou le produit des solutions.
5°) Factoriser un polynôme du second degré en produits de polynômes du premier degré (si possible).
6°) Calculer deux nombres réels dont on connaît la somme et le produit
7°) Trouver le signe de f(x) où f est une fonction polynôme du second degré.

8°) Résoudre une inéquation du second degré sans paramètre dans ℝ.
9°) Mettre en équation un problème concret se ramenant à la résolution d'équations ou d'inéquations du second degré sans paramètre dans ℝ et le résoudre.

10°) Résoudre dans ℝ des équations bicarrées sans paramètre
11°) A l'aide d'une calculette et en utilisant le schéma de Hörner, résoudre des équations du second degré comportant des coefficients non entiers.

Statistique :

L'élève doit être capable de :

1°) Savoir organiser (coder, classer, ranger, dénombrer) sous forme de tableau des données statistiques fournies à l'état brut.

2°) Savoir lire un tableau de données.

3°) Savoir représenter une distribution statistique (diagrammes en bâtons, diagrammes à bandes, histogrammes (classes de même amplitude), diagrammes circulaires, diagrammes semi-circulaires).

4°) Savoir calculer et représenter des effectifs, des effectifs cumulés, des fréquences, des fréquences cumulées.

5°) Déterminer :

a) Les caractéristiques de position : mode (classe modale), médiane, moyenne, quantiles (quartiles, déciles) ;

b) Les caractéristiques de dispersion : l'étendue, l'écart moyen arithmétique, la variance, l'écart-type.