MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
****
Institut Pédagogique National
****
DIVISION SCIENCES ET TECHNOLOGIE
Section Mathématiques

RÉPUBLIQUE DU MALI
Un Peuple – Un But – Une Foi
****

OPÉRATION MATHÉMATIQUES

SAVOIR – FAIRE

TERMINALES

BAMAKO JUIN 1992

Projet Rénovation de l'Enseignement Scientifique

COOPÉRATION FRANCE – MALI

PRÉSENTATION

Les stages de mathématiques destinés aux professeurs des lycées, les visites, les entretiens avec les professeurs ont permis à l'Opération « Mathématiques » d'identifier entre autres problèmes liés à l'application des nouveaux programmes le manque d'harmonisation des contenus de leur enseignement.
Pour permettre aux professeurs d'enseigner un même contenu uniformisé, nous avons jugé nécessaire de leur proposer dans un premier temps un modèle de savoir-faire pour les classes de 10ème. Au regard des résultats positifs enregistrés par ce document, nous avons élaboré, dans un deuxième temps, un document identique pour les classes de 11ème.
Nous proposons aujourd'hui modèle pour les classes terminales. Ce modèle qui est la suite logique des documents précédents, est essentiellement fondé sur l'option pédagogique en vigueur dans nos écoles, à savoir une pédagogie qui s'appui sur l'activité de l'élève et qui suscite l'élaboration correcte de savoirs et de savoir-faire visant les objectifs définis.
Nous destinons, à titre indicatif, cet outil aux professeurs de lycées chargés de l'enseignement des mathématiques pour matérialiser la méthodologie qui a fait l'objet de nombreux stages et animations pédagogiques.
Les remarques et suggestions que les utilisateurs voudront bien nous faire parvenir Contribuerons à améliorer sa qualité.

Opération « Mathématiques »

TABLE DES MATIÈRES

Pages

SAVOIR-FAIRE Terminale SE

I – ARITHMÉTIQUE…

Objectifs généraux :

1. Faire mieux connaître aux élèves un concept, celui de nombre entier, qui est la base de la construction de l'édifice mathématique. Il ne s'agira toutefois pas de donner une définition axiomatique des entiers naturels, ni une construction formelle des autres ensembles de nombres.
2. Leur donner quelques outils et méthodes pour aborder des problèmes aux énoncés simples qui jalonnent l'histoire des mathématiques ou qui peuvent se rencontrer lors de la mathématisation de situations de la vie courante.
3. Les entraîner à des raisonnements sur des objets mathématiques qu'ils connaissent et utilisent depuis leur enfance.
4. Les entraîner à l'élaboration d'algorithmes qui pourront être mis en œuvre sur une calculatrice programmable.
5. Les initier à la démarche algébrique : transport d'une structure à un ensemble-quotient (en se limitant strictement à l'exemple des congruences) ; leur donner quelques exemples de groupes, de sous-groupes, d'anneaux ou de corps. Cependant, on ne présentera formellement ces structures en aucun cas.

Remarques :
- On introduira la numération en s'appuyant sur des réalités du pays.
- On adoptera la terminologie « nombres étrangers »(et non « nombres premiers entre eux »).

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) Appliquer le principe du raisonnement par récurrence ;

2°) Pratiquer la division euclidienne dans $\mathbb{N}$;

3°) Écrire dans une base un nombre donné dans la base décimale et réciproquement ;

4°) Écrire dans une base un nombre donné dans une autre base ;

5°) Pratiquer la division euclidienne dans $\mathbb{Z}$;

6°) Calculer dans $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, + , \times)$;

7°) Résoudre des équations de degré 1 ou 2 et des systèmes linéaires dans (n premier ou non) ;

8°) Dans la numération décimale, utiliser les critères de divisibilité par2, 3, 4, 5, 9, 11, 25 ;

9°) Résoudre des problèmes sur la divisibilité en utilisant les propriétés de congruences ;

10°) Déterminer le PGCD de deux entiers en utilisant l'algorithme d'Euclide ;

11°) Déterminer le PPCM de deux entiers ;

12°) Résoudre des équations où interviennent le PGCD et le PPCM en utilisant la propriété :

$$\left.\begin{array}{r} PGCD(a;b) = d \\ PPCM(a;b) = m \end{array}\right\} \Leftrightarrow \exists (a',b') \in IN^{*2} / \left\{\begin{array}{l} a = da' ; b = db' \\ a'b'd = m \\ a' \wedge b' = 1 \end{array}\right.$$

13°) Résoudre des équations du premier degré dans $\mathbb{Z}^2$.

14°) Reconnaître un nombre premier ;

15°) Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers ;

16°) Trouver le nombre des diviseurs et éventuellement l'ensemble des diviseurs d'un entier en utilisant sa décomposition en produit de facteurs premiers ;
17°) Utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers pour déterminer le PGCD et le PPCM de deux entiers ;
18°) Un algorithme étant donné, le programmer et le faire fonctionner sur une calculatrice programmable.

II – NOMBRES COMPLEXES…

Objectifs généraux :

1. Introduire un nouvel ensemble de nombres (l'ensemble des nombres complexes, noté $\mathbb{C}$) qui permettra de résoudre des équations polynomiales à coefficients réels (par exemple : $x^2 + 1 = 0$) et donnera la possibilité de factoriser des polynômes à coefficients réels en produit de polynômes de degré 1 à coefficients complexes.
2. Elaborer un outil pour la trigonométrie, en particulier pour transformer des expressions telles que $\sin^k x$; $\cos^k x$; $\sin(mx)$; $\cos(px)$; ces transformations trouveront leur intérêt dans le calcul intégral.
3. En géométrie, étudier les similitudes à, partir de l'ensemble $\mathbb{C}$.

Comme pour les autres ensembles de nombres, il n'est pas utile de construire formellement l'ensemble des nombres complexes ; à partir de l'équation $x^2 + 1 = 0$, on peut résoudre les équations $x^2 + a^2 = 0$, puis toutes les équations du second degré, d'où l'intérêt d'étendre l'ensemble des nombres réels en lui adjoignant un élément noté i qui sera une solution de l'équation $x^2 + 1 = 0$ et de prolonger de façon naturelle les opérations dans $\mathbb{R}$ pour obtenir une structure riche.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :
1°) Mettre sous forme algébrique la somme, le produit et le quotient de nombres complexes écrits sous la forme a + ib (on entraînera les élèves à calculer dans $\mathbb{R}$ en utilisant de plus l'égalité $i^2 = -1$) ;
2°) Un nombre complexe étant donné sous sa forme algébrique :
- placer son point image dans le plan rapporté à un repère orthonormé ;
- calculer son module et son argument ;
- l'écrire sous forme trigonométrique ;

3°) Ecrire un nombre complexe sous sa forme algébrique connaissant son module et son argument ;

4°) Traduire une situation géométrique par une relation dans $\mathbb{C}$ et inversement : par exemple $M \in C(0 ; 5) \Leftrightarrow |z| = 5$ ou z est l'affixe de M.

(OM) // (OM') $\Leftrightarrow \exists$ k $\in\mathbb{R}^*$ / z' = kiz où z et z' sont les affixes respectives de M et M'
5°) Retrouver certaines formules trigonométriques en utilisant la propriété de Moivre ;
6°) Linéariser les puissances de cosθ et sinθ ;
7°) Résoudre une équation du type acosx + bsinx = c en utilisant les nombres complexes (a, b , c étant des constantes réelles) ;
8°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ une équation du second degré à coefficients complexes ;
9°) Trouver le module et un argument des racines n^ième^ d'un nombre complexe et les représenter sur un cercle.

III – SUITES NUMÉRIQUES…

Objectifs généraux :

Ce chapitre complète l'étude des suites abordée en classe de 11ème SE, TI et TGC.

En ce qui concerne la convergence, le théorème sur la croissance majorée (respectivement décroissance minorée) est au programme sans démonstration.
La notion de divergence sera enrichie par la comparaison d'une suite divergente avec des suites de différentes rapidités de divergence obtenue avec des fonctions logarithmes ou exponentielle.
Comme en classe de 11ième, la calculatrice et les méthodes graphiques seront des outils précieux pour conjecturer la convergence ou la divergence d'une suite.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :
1°) Tous les savoir-faire de 11ième SE, 11ième TI – TGC
2°) Conjecturer la convergence ou la divergence d'une suite $(U_n)_{n\in IN}$ en utilisant une calculatrice ou une représentation graphique lorsque :
- U_n est donnée en fonction de n
- la suite est définie par son premier terme et une relation $U_{n+1} = f(U_n)$;
(l'élève doit s'assurer que la suite est bien définie) :
3°) Démontrer les résultats conjecturés en utilisant :
- Théorème sur la croissance majorée, la décroissance minorée ;
- Théorème sur la recherche de limite d'une suite récurrente ;
- Addition d'une suite bornée à une suite divergente ;
- Multiplication d'une suite divergente par une suite admettant un minorant strictement positif à partir d'un certain rang ;
- Théorème sur la divergence par comparaison ;

Si a$\in$]1 ; +∞[et $\alpha\in\mathbb{N}^*$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{a^n}{n^\alpha}\right) = +\infty$.

Si | a | < 1 et $\alpha \in \mathbb{N}^*$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(a^n n^\alpha\right) = 0$

4°) Mettre en œuvre, lorsque cela se justifie ou est conseillé par l'énoncé, un raisonnement de récurrence d'un des types suivants :

- soit P une formule de référentiel $\mathbb{N}$ et $n_0 \in \mathbb{N}$; si les propositions :

  $P(n_0)$ et ($\forall k > n_0$ $P(k) \Rightarrow P(k+1)$) sont vraies, alors $\forall n > n_0$ $P(n)$ est vraie.
- Soit P une formule de référentiel $\mathbb{N}$ et $n_0 \in \mathbb{N}$; si les propositions :

  $P(n_0)$ et ($\forall k > n_0$ ($P(k)$ et $P(k+1)$) $\Rightarrow P(k+2)$) sont vraies, alors sont vraies,

  alors $\forall n > n_0$ $P(n)$ est vraie.

5°) Prévoir la nature d'une suite en la comparant à des suites connues (en particulier arithmétiques et géométriques) ;
6°) Utiliser les résultats sur les suites réelles pour l'étude de certaines suites à valeurs complexes.

IV – FONCTIONS NUMÉRIQUES…

IV-1 – Fonction Logarithme Népérien…

Objectifs généraux :

1. Déterminer le logarithme d'un nombre.
2. Utiliser les techniques d'encadrement des fonctions pour le calcul de limites
3. Étudier des fonctions contenant ln.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ des équations où figure la fonction ln en déterminant d'abord leur ensemble de validité ;
2°) Résoudre des inéquations et systèmes d'équations où intervient la fonction ln ;
3°) En utilisant la courbe de la fonction ln, sa tangente au point d'abscisse 1 et la droite d'équation y = x, retrouver graphiquement les résultats suivants :

Si $x < 1$, $\ln(x) < 0$

$\ln(1) = 0$

$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ $\ln(x) \leq x - 1$;

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\ln(x) = +\infty\right)$ $\qquad \lim\limits_{x \to 0^+} \left(\ln(x)\right) = -\infty$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{\ln(x)}{x}\right) = 0$

4°) Etant donnée une fonction f dont la formule explicite s'écrit à l'aide de la fonction ln :

a) donner une écriture de $f(x)$ qui permet de se ramener au cas :

$$\lim_{x\to+\infty}(\ln(x)) = +\infty \qquad \lim_{x\to0^+}(\ln(x)) = -\infty \qquad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln(x)}{x}\right) = 0$$

b) Trouver une limite de f ;

5°) Etant donnée une fonction dont la formule explicite s'écrit à l'aide de la fonction ln, encadrer f par des fonctions dont les limites sont connues pour déterminer une limite de f ;

6°) Trouver le logarithme népérien ou décimal d'un nombre en utilisant une calculatrice ou une table.

IV-2 – Extension de la notion de limite Fonctions continues sur un intervalle

Objectifs généraux :

1. Etudier le comportement asymptotique des fonctions ;
2. Donner un fondement théorique à :

- la résolution numérique d'équations ou d'inéquations en utilisant le théorème des valeurs intermédiaires ;
- la définition et l'étude des fonctions réciproques.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) Trouver des limites en utilisant le théorème de comparaison ;

2°) Trouver des asymptotes parallèles aux axes en utilisant les théorèmes sur les limites ;

3°) déterminer une asymptote oblique à la courbe représentative de f en exploitant une égalité du type $f(x) = ax + b + \phi(x)$

4°) Reconnaître si une fonction est continue sur un intervalle en utilisant les théorèmes du cours (opérations, compositions) ;

5°) utiliser le théorème des valeurs intermédiaires pour trouver un encadrement d'une solution d'une équation afin de :

- d'une part préciser la représentation graphique ;
- d'autre part mettre éventuellement en œuvre un algorithme d'approximation de la solution à une précision donnée (méthode de dichotomie – méthode de Newton) ;

6°) Etant donné la représentation graphique d'une fonction, construire celle de sa réciproque.

IV-3 – Dérivabilité

Objectifs généraux :

1. Compléter la notion de dérivé rencontrée antérieurement ;
2. Utiliser les dérivées pour étudier une fonction.

Pour les dérivées d'ordre 1, 2, 3 on pourra utiliser les notations $\frac{df}{dx}$; $\frac{d^2 f}{dx^2}$; $\frac{d^3 f}{dx^3}$

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :
1°) Conjecturer la limite d'une fonction en un point en utilisant une calculatrice ;
2°) Déterminer la limite d'une fonction en un point en utilisant un encadrement suggéré par l'énoncé ;
3°) Déterminer la limite d'une fonction f en un point en modifiant l'écriture de $f(x)$ sur un intervalle ;
4°) Déterminer la limite de la composée de deux fonctions ;
5°) Etudier la dérivabilité d'une fonction :
- ensemble de dérivabilité avec étude éventuelle en des points particuliers ;
- calcul de la fonction dérivée ;

6°) Etudier la dérivabilité de la composée de deux fonctions dérivables et calculer sa dérivée ;
7°) Déterminer la limite de f en un point et la fonction dérivée de f en écrivant f sous la forme $g \circ h$ où g et h sont des fonctions dérivables ;

8°) Utiliser la définition du nombre dérivé de la fonction ln au point 1 pour retrouver $\lim_{x \to 1} \left(\frac{\ln(x)}{x-1} \right)$;

9°) Etant donné une fonction faisant intervenir la fonction ln, trouver sa dérivée ou une de ses primitives ;

10°) Calculer la dérivée d'une fonction réciproque ;

11°) En complément sur l'étude des variations d'une fonction numérique :
- conjecturer un résultat en utilisant la représentation graphique de la fonction ;
- puis démontrer ce résultat.

IV-4 – Fonction Exponentielle Népérienne

Objectifs généraux :

1. Enrichir le champ des fonctions connues par les élèves ;
2. Utiliser la fonction exponentielle pour étudier des suites du type :$U_n = a^n$; $U_n = n^\alpha$

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) Résoudre des équations, inéquations, systèmes d'équations faisant intervenir les fonctions ln ; exp ou puissances.

2°) En utilisant la représentation graphique de la fonction exp, retrouver les résultats :

$\forall x \in \mathbb{R},\ e^x > 0$

$\forall x \in \mathbb{R},\ e^x > x + 1$

$\forall x \in \mathbb{R},\ e^x > ex$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(e^x\right) = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(e^x\right) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{e^x}{x}\right) = +\infty$.

3°) Utiliser la définition du nombre dérivé de la fonction exp au point 0 pour retrouver $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{e^x - 1}{x}\right)$;

4°) Etant donné une fonction faisant intervenir la fonction exp, trouver sa dérivée ou une de ses primitives ;

5°) Etant donné une fonction faisant intervenir les fonctions exp ou ln, étudier et représenter cette fonction.

Remarque : comme pour la fonction ln, on utilisera abondamment la calculatrice et la représentation graphique de la fonction exp.

V– DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

Objectifs généraux :

1. Approcher une fonction par une fonction polynôme afin de préciser et d'affirmer le comportement local de cette fonction en un point ;

2. Utiliser les développements limités pour :

- déterminer certaines limites que l'on ne pouvait pas déterminer avec des méthodes classiques ;
- préciser la position d'une courbe par rapport à sa tangente en un point.

Remarque : les développements limités seront traités uniquement à travers l'étude d'exemples.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) Trouver le développement limité d'ordre 1, 2 ou 3 en 0 d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de fonctions en utilisant les développements limités de même ordre des fonctions usuelles :

$x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \sin x$; $x \mapsto e^x$; $x \mapsto \ln(1+x)$; $x \mapsto \sqrt{1+x}$

2°) Trouver le développement limité d'ordre 1, 2 ou 3 en 0 de la fonction $x \mapsto f(\lambda x^k)$ lorsque le développement limité en 0 d'ordre convenable de f est connue ;

3°) Ecrire le développement limité d'ordre 1, 2 ou 3 en x_0 d'une fonction dont on connaît le développement limité de même ordre en 0 ;

4°) Interpréter graphiquement un développement limité en 0 ;

5°) Trouver les limites en 0 de fonctions faisant intervenir des sommes, des différences, des produits, des quotients de fonctions dont on connaît un développement limité d'ordre 3 en 0 ;

6°) Reconnaître et justifier l'existence d'un point d'inflexion en x_0 en utilisant un développement limité d'ordre 3 en 0 de f .

VI– INTÉGRATION ET ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

VI-1– Calcul intégral

Objectifs généraux :

1. Calculer l'aire de certaines surfaces planes ou en donner une valeur approchée ;
2. En physique : calculer des volumes, des moments d'inertie ;
3. Elargir le champ des fonctions étudiées à des fonctions définies comme des intégrales

Toutes les fonctions considérées sont des fonctions continues sur un intervalle ouvert I contenant des réels a, b, c tels que : a < c < b.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) Trouver des primitives de f en reconnaissant que f est donnée sous l'une des formes :

$\frac{u'}{u}$; $u'e^u$; $u'u^n$ $(n \in Z - \{-1\})$; $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ où u est une fonction dérivable.

2°) Calculer une intégrale en utilisant :

- les primitives usuelles ;
- la méthode de changement de variable affine ;
- la technique de l'intégration par parties.

Remarque : l'élève doit être capable de choisir, parmi les méthodes ci-dessus, la plus appropriée au calcul proposé.

3°) simplifier le calcul d'une intégrale en utilisant la relation de Chasles ;

4°) la représentation graphique d'une fonction étant connue, contrôler sur le dessin la conformité des résultats du calcul d'une intégrale.

5°) trouver un encadrement de $\int_a^b f(x)dx$, sachant que l'on a un encadrement de f par deux fonctions dont on peut trouver les intégrales sur [a , b].

6°) trouver une valeur approchée d'une intégrale en utilisant la méthode des rectangles ;

7°) étant donné une fonction f continue sur [a , b] dont on connaît la courbe représentative ($\mathcal{C}$) dans un repère orthonormé (O,I ,J) et dont on sait trouver une primitive, calculer l'aire de la partie du plan limitée par ($\mathcal{C}$), la droite (OI) et les droites d'équations x = a et x = b ;

8°) étant données deux fonctions f et g continues sur [a , b] dont on connaît les courbes représentatives ($\mathcal{C}$) et ($\mathcal{C}$') dans un même repère orthonormé et telles que l'on sait trouver une primitive de (f – g) sur [a , b], calculer l'aire de la partie du plan limitée par ($\mathcal{C}$) ,($\mathcal{C}$') et les droites d'équations x = a et x = b ;

9°) sur des exemples, étudier une fonction du type $x \mapsto \int_a^b f(t)dt$ où f n'est pas une primitive simple connue (l'étude dans tous les cas sera guidée par l'énoncé).

VI-2– Équations différentielles

Objectifs généraux :

Donner des techniques mathématiques pour résoudre certains problèmes de physique.

Remarques :

- insister sur l'importance des solutions particulières et des conditions d'unicité ;
- vérifier les résultats en utilisant les conditions initiales.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) vérifier qu'une fonction est solution d'une équation différentielle donnée et/ou qu'elle satisfait aux conditions initiales ;

2°) trouver une solution particulière d'une équation différentielle ;

3°) résoudre certaines équations différentielles en utilisant les primitives ;

4°) résoudre des équations différentielles des types suivants :

$f'=kf$; $f''=0$; $f''=mf$; $af''+bf'+c=0$

Où a, b, c, m et k sont des constantes réelles.

VII– FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE À VALEURS DANS $\mathbb{R}^2$

Objectifs généraux :

1.étudier des procédés permettant de construire un sous ensemble du plan P caractérisé par une représentation paramétrique.

2. Appliquer l'étude des courbes paramétrées à la cinématique du point matériel.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) interpréter géométriquement les conditions trouvées sur le paramètre dans l'étude d'une courbe paramétrée ;

2°) une courbe paramétrée étant donnée par : $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$;

- déterminer un ensemble d'étude après réduction éventuelle de l'ensemble de définition ;
- étudier les variations de f et g et dresser le tableau de variations ;
- reconnaître l'existence d'éventuelles asymptotes de types : $x = \alpha$ ou $y = \beta$;
- montrer qu'un point donné est un double de la courbe ;
- déterminer une tangente à la courbe en un point régulier ;
- construire la courbe ;

Remarque : on pourra éventuellement dans des cas précis déterminer l'existence de tangentes ou demi-tangentes en un points stationnaire sans systématiser ce type de recherche ;

3°) paramétrer une courbe donnée géométriquement ou analytiquement à l'aide d'un paramètre précisé par le texte ;

4°) le mouvement d'un mobile étant donné en fonction du temps ou d'un paramètre dépendant du temps, déterminer le vecteur vitesse et le vecteur accélération à l'instant t, la trajectoire du mobile, la façon dont est décrite cette trajectoire et la nature du mouvement.

VIII– ALGÈBRE LINÉAIRE

Objectifs généraux :

1. Démontrer que ($\mathbb{R}^n$, + , $\times$) est un espace vectoriel réel ($n \leq 3$) ;

2. Mettre en place le vocabulaire et les notations relatives à l'espace vectoriel ($\mathbb{R}^n$, + , $\times$) ;

3. Acquérir les notions de système échelonné et d'opérations élémentaires sur les lignes d'un système linéaire ;

4. Mettre en place, sur des exemples, la méthode du pivot de Gauss ;

5. Pratiquer la résolution de systèmes linéaires sur de nombreux exemples, souvent de nature géométrique ;

Remarque : aucune théorie sur les familles libres de vecteurs et sur les sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$ n'est au programme. Il en est de même pour les déterminants.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) calculer une combinaison linéaire de vecteurs donnés de $\mathbb{R}^n$.

2°) un vecteur étant donné, reconnaître s'il est ou non une combinaison linéaire de vecteurs donnés de $\mathbb{R}^n$;

3°) reconnaître un système linéaire ;

4°) un système linéaire étant donné, le résoudre par la méthode de Gauss ;
- en travaillant par systèmes équivalents ;
- en transformant la matrice du système en une matrice triangulaire ;

On habituera les élèves à écrire la transformation réalisée sur chaque ligne à côté de la matrice complète et à réécrire la matrice à chaque étape de la transformation. On insistera sur le fait qu'à chaque étape la matrice écrite est celle d'un système équivalent au système initial.

PARTIE B
GÉOMÉTRIE

I– BARYCENTRE

Objectifs généraux :

Réinvestir les acquis de la classe de 10ième relatifs au barycentre pour résoudre, dans le plan ou dans l'espace, les problèmes de parallélisme, d'alignement, de droites concourantes, de points coplanaires, de lieux géométriques.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) Réduire les écritures de la forme : $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$

2°) Construire le barycentre de deux points pondérés puis le barycentre de trois ou quatre points pondérés en utilisant les propriétés du barycentre ;

3°) Utiliser les coordonnées barycentriques d'un point pour démontrer une propriété ;

4°) Choisir un bon repère pour résoudre analytiquement un problème ;

5°) Transformer $\varphi(M) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left\| \overrightarrow{MA_i} \right\|^2$, en utilisant soit le barycentre, soit un autre point intéressant, pour trouver une ligne de niveau de φ.

II– APPLICATIONS AFFINES ET GÉOMÉTRIES PLANE

Objectifs généraux :

1. Étendre à l'espace les transformations rencontrées dans le plan : translations, homothéties, symétries centrales, réflexions rotations,
2. Savoir trouver les éléments caractéristiques de ces transformations
3. Savoir utiliser ces transformations pour résoudre des problèmes de géométrie (démontrer une propriété, déterminer un lieu géométrique, construire une figure).

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) démontrer qu'une homothétie ponctuelle « conserve » le barycentre de tout système de points pondérés ;

2°) définir, à partir de cet exemple, une application affine de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{E}$ de la façon suivante : « on appelle application affine de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{E}$ toute application de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{E}$ qui donne pour image du barycentre de tout système de points pondérés de $\mathcal{E}$ dont la somme des pondérations n'est pas nulle, le barycentre de l'image de ce système. On définit de même une application affine de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$ ».

3°) déterminer la nature de l'image par une application affine d'un segment, d'une droite, d'un plan.

4°) utiliser les propriétés (admises) suivantes :

a) une application ponctuelle f est une application affine si et seulement si f « conserve » le barycentre tout système de deux points pondérés ;
b) soit f une application ponctuelle ; f est une application affine si et seulement si l'application vectorielle associée à f relativement à un point est une application linéaire ;
c) soit f une application ponctuelle, f est une application affine si et seulement si les fonctions coordonnées qui explicitent les coordonnées de f(M) en fonction de celles de M sont des fonctions affines de $\mathbb{R}$ (respectivement de $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$) dans $\mathbb{R}$.

5°) reconnaître une transformation affine de $\mathcal{E}$ en utilisant :

a) la définition suivante : on appelle transformation affine de $\mathcal{E}$ (respectivement de $\mathcal{D}$, de $\mathcal{P}$) toute application affine bijective de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{E}$ (respectivement de $\mathcal{D}$ dans $\mathcal{D}$,de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$)

b) l'une des deux propriétés (admises) suivantes :

P_1) une application affine de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{E}$ (respectivement de $\mathcal{D}$ dans $\mathcal{D}$, de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$) est une transformation affine de $\mathcal{E}$ (respectivement de $\mathcal{D}$, de $\mathcal{P}$) si et seulement si l'image d'un repère de $\mathcal{E}$ (respectivement de $\mathcal{D}$, de $\mathcal{P}$) est un repère de $\mathcal{E}$ (respectivement de $\mathcal{D}$, de $\mathcal{P}$).

P_2) une application affine une transformation affine si et seulement si son application linéaire associée est une bijection ;

6°) une application affine étant donnée (analytiquement ou géométriquement), reconnaître si c'est une isométrie, une homothétie-translation ;

7°) une application affine étant donnée, trouver l'application linéaire associée ;

8°) une application affine étant donnée géométriquement, choisir un repère de façon à obtenir, par des simples calculs, une détermination analytique de celle-ci ;

9°) Etant donné un repère de $\mathcal{D}$ (respectivement de $\mathcal{P}$) et son image par une application affine, construire l'image d'un point ;

10°) reconnaître la nature et préciser les éléments caractéristiques d'une application affine dans les cas suivants : - homothétie, translation, projection de E ;
- toutes les isométries de $\mathcal{P}$.

11°) une rotation ou une symétrie orthogonale dans l'espace étant donné analytiquement, savoir trouver l'ensemble des points invariants, et dans des cas simples, une mesure de l'angle de rotation ;

Exemples : trouver les symétries orthogonales et les rotations qui laissent des solides simples invariants (cube, tétraèdre, sphère) ;

12°) déterminer analytiquement l'image d'un ensemble de points par une application affine ;

13°) utiliser une application affine (en particulier les homothéties-translations) pour :
a) construire une figure ;
b) démontrer une propriété ;
c) déterminer un ensemble de points ;

14°) retrouver les caractéristiques de la composée de deux homothéties ;

Remarque : on pourra présenter en devoir quelques exemples d'affinités du plan, mais aucune connaissance sur ces applications n'est exigible.

III– ISOMÉTRIES ET SIMILITUDES DANS LE PLAN

Objectifs généraux :

En fin de classe de 11ième, les élèves ont déjà étudié les homothéties, isométries et similitudes, et on les a entraînés à utiliser ces transformations pour résoudre des problèmes de géométrie. En classe de terminale, on poursuivra cet entraînement et on fera une mise au point sur les isométries et similitudes. On donnera en particulier une classification suivant les points invariants. L'élève aura à sa disposition les nombres complexes qui permettent de traduire simplement une similitude par une application de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ ($z \mapsto az + b$ et $z \mapsto a\bar{z} + b$, a et b complexes).
Le terme de similitude englobe bien évidemment les isométries et les homothéties.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) étant donné deux isométries f et g, savoir écrire chacune d'elles comme composée de symétries orthogonales permettant de déterminer aisément la composée $g \circ f$;

2°) une transformation ponctuelle étant définie géométriquement, reconnaître une similitude, donner ses éléments caractéristiques et leur construction quand cela est possible ;

3°) reconnaître les triplets semblables et utiliser les propriétés de la similitude ainsi mise en évidence ;

4°) savoir utiliser l'application complexe associée à une application ponctuelle pour :
- prouver qu'une application ponctuelle définie analytiquement est une similitude, puis en préciser la nature et les éléments caractéristiques ;
- déterminer l'expression analytique d'une similitude donnée.

IV– CONIQUES

Objectifs généraux :

Il s'agit d'étudier pratiquement des courbes dont l'importance, tant en mathématiques qu'en physique, n'est plus à démontrer.
Ce chapitre sera introduit géométriquement. Ainsi, la considération des sections planes d'un cylindre permet de dégager naturellement une propriété caractéristique qui sera le point de départ d'une étude où l'on mettra l'accent sur l'aspect géométrique des propriétés des coniques et leur construction pratique.
Cette étude sera l'occasion d'utiliser les outils mis en place dès la classe de 10ème tels que barycentre, produit scalaire, arc capable… et de rechercher de nouveaux ensembles de points.
Enfin, à l'aide de ces propriétés, on essaiera de montrer les ressemblances qui justifient le terme générique de coniques.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :
1°) lors de la recherche d'un ensemble de points, reconnaître une conique (par une propriété géométrique, analytique ou paramétrique) et en donner la nature et les éléments caractéristiques
2°) construire :

a) un point d'une parabole dont on connaît la directrice et le foyer ;
b) un point d'une ellipse (ou d'une hyperbole) dont on connaît un foyer, la directrice associée et l'excentricité ;
c) un point d'une ellipse dont on connaît deux foyers et le grand axe ;
d) un point d'une hyperbole dont on connaît les foyers et la distance entre le sommets ;

3°) construire de façon pratique :

a) une parabole à l'aide d'une équerre et d'un fil ;
b) une ellipse par la méthode dite « du jardinier »
c) une hyperbole à l'aide d'une règle et d'un fil ;

4°) une conique étant donné géométriquement, choisir un repère approprié pour en obtenir l'expression analytique réduite ;

5°) le plan étant muni d'un repère orthonormé, (Γ) étant l'ensemble des points du plan vérifiant l'équation $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$ (où a, b, c, d, e, f sont des nombres réels donnés), utiliser un changement de repère pour déterminer la nature de (Γ) ;

Remarque : si $c \neq 0$, le changement de repère sera indiqué dans l'énoncé ;
6°) l'équation réduite d'un conique étant donnée ;

a) utiliser la méthode de dédoublement des variables pour déterminer l'équation de la tangente à cette conique en un de ses points ;
b) trouver, dans le cas d'une hyperbole, les équations des asymptotes.

Terminale SB

A. Analyse

I. Limites, continuité, dérivées, primitives

II. Intégrales

III. Exemples d'études de fonctions

IV. Suites numériques

B. Algèbre

I. Exemples de résolutions de systèmes d'équations linéaires

II. Dénombrements

III. Probabilités

IV. Statistiques

V. Nombres complexes

C. Géométrie

I. Vecteurs de l'espace

II. Coniques

A- ANALYSE

I– LIMITES ; CONTINUITÉ ; DÉRIVÉES ; PRIMITIVES

Objectifs généraux :

Elargir le champ des fonctions numériques d'une variable réelle que les élèves sont capables d'étudier et de représenter graphiquement. Outre les fonctions étudiées en classe de 11$^{\text{ème}}$ SB, on introduira des fonctions définies à l'aide de radicaux et plus généralement d'exposant rationnels. Pour atteindre cet objectif, de nouveaux outils sont introduits ; ils concernent à la fois des propriétés locales comme les limites et dérivées de fonctions composées et des propriétés globales telles que l'image d'un intervalle par une fonction continue ou l'existence et les propriétés d'une fonction réciproque.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) Après avoir déterminé l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ d'une fonction numérique f donné par une formule explicite.

a) déterminer les limites de f aux bornes de $\mathcal{D}_f$;

b) étudier la continuité de f sur $\mathcal{D}_f$, c'est-à-dire déterminer les points de $\mathcal{D}_f$ en lesquels f est continue et ceux en lesquels elle ne l'est pas ;

c) étudier la dérivabilité de f sur $\mathcal{D}_f$ c'est-à-dire déterminer les points de $\mathcal{D}_f$ en lesquels f est dérivable et ceux en lesquels elle ne l'est pas, et déterminer la fonction dérivée de f ;

d) éventuellement, prolonger f en certains points particuliers ; on traitera des cas où f est définie par morceaux, et on étudiera la continuité et la dérivabilité aux points de raccordement ;

2°) une fonction numérique f étant donné soit par une formule explicite, soit par une représentation graphique :

a) trouver l'image par f d'un intervalle ;

b) trouver deux intervalles I et J tels que l'application $\begin{array}{l} g : I \to J \\ x \mapsto g(x) \end{array}$ soit bijective, et représenter l'application réciproque de g ;

c) dans le cas où f est donnée par une formule explicite, déterminer $g^{-1}(x)$, étudier la dérivabilité de g^{-1} sur J et trouver le nombre dérivé de g^{-1} en un point de J où g^{-1} est dérivable (étude de cas simples) ;

3°) deux fonctions numériques g et h étant données par des formules explicites,

a) déterminer l'ensemble de définition de $D_{h\circ g}$ de $h \circ g$;

b) étudier la limite de $h \circ g$ en un point de $D_{h\circ g}$ en particulier aux bornes de $D_{h\circ g}$;

c) étudier la continuité de $h \circ g$ en un point donné de $D_{h\circ g}$;

d) étudier la dérivabilité de $h \circ g$ en un point donné a de $D_{h\circ g}$ et calculer $(h \circ g)'(a)$;

Remarque : l'élève pourra être amené à écrire une fonction f sous la forme $h \circ g$ puis à mettre en œuvre le savoir –faire précédent pour trouver une limite et pour calculer la fonction dérivée de f ;

4°) déterminer les primitives d'une fonction donnée par une formule explicite en l'écrivant sous la forme $(g' \circ f)f'$ ou $f' \times f^m$, $m \in Q - \{-1\}$.

II– INTÉGRALES

Objectifs généraux :

Calculer l'aire de certaines parties du plan ; pour cela, on définira et on étudiera les propriétés de l'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle [a ,b].
On présentera une méthode de calcul approchée d'une intégrale que l'élève utilisera dans les cas où cette intégrale ne peut être calculée par une formule explicite de primitive.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :
1°) trouver un encadrement de $\int_a^b f(x)dx$, sachant que l'on a un encadrement de f par deux fonctions dont on peut trouver les intégrales sur [a ,b] ;

2°) calculer $\int_a^b f(x)dx$ lorsque f est une fonction continue sur [a , b] dont on connaît une primitives ;
3°) utiliser la propriété de linéarité ou la relation de Chasles pour calculer une intégrale ;

4°) calculer une intégrale en utilisant la technique de l'intégration par parties, lorsque l'énoncé le précise ;

5°) étant donné une fonction f continue sur [a ,b] dont on connaît la courbe représentative ($\mathcal{C}$) dans un repère orthonormé (O, I, J) et dont on sait trouver une primitive, calculer l'aire de la partie du plan limitée par ($\mathcal{C}$), la droite (OI) et les droites d'équations respectives x = a , x = b ;

6°) étant données deux fonctions f et g continues sur [a , b] dont on connaît les courbes représentatives ($\mathcal{C}$)et ($\mathcal{C}'$) dans un même repère orthonormé et telles que l'on sait trouver une primitive de (f–g) sur [a ,b] , calculer l'aire de la partie du plan limitée par($\mathcal{C}$)et ($\mathcal{C}'$) et les droites d'équations respectives x = a , x = b ;

7°) trouver une valeur approchée d'une intégrale en utilisant la méthode des rectangles.

III– EXEMPLES D'ÉTUDES DE FONCTIONS NUMÉRIQUES

Objectifs généraux :

Donner, sur des exemples variés, un plan d'étude d'une fonction et d'une méthode pratique de construction de la représentation graphique de cette fonction.
Le Professeur montrera sur quelques exemples choisis de la vie courante ou dans d'autres disciplines que la résolution de certains problèmes peut amener à l'étude d'une fonction ou d'une famille de fonctions vérifiant certaines conditions.
La fonction logarithme népérien est un outil puissant pour calculer, intégrer, représenter des fonctions et résoudre des problèmes variés. Utiliser très tôt par les physiciens, le logarithme et ses propriétés algébriques peuvent être facilement accessible à l'élève grâce à l'utilisation des touches ln et log de la calculatrice. Il est indispensable de connaître parfaitement la représentation graphique de la fonction ln, qui permettra de retrouver de nombreux résultats relatifs aux limites ou certaines majorations.
Les fonctions exponentielles et puissances revêtent une importance particulière par la richesse de leurs applications aussi bien en sciences physiques, où elles permettent par exemple de résoudre les équations différentielles linéaires, qu'en sciences biologiques où elles traduiront le phénomène de croissance exponentielle. En outre, ces fonctions seront utilisées pour l'étude de phénomènes discrets modélisés par des suites des types $U_n = a^n$ et $U_n = n^{\alpha}$. Comme pour la fonction ln, on utilisera abondamment la calculatrice et la représentation graphique de la fonction exponentielle.
Mettre en équation un phénomène physique pour obtenir une équation différentielle ne peut être un objectif de la 12ème SB. Mais il est important de faire comprendre aux élèves la provenance des solutions relatives à chacune des équations rencontrées dans le cours de physique. Il ne suffit pas de donner aux élèves un ensemble de techniques pour résoudre les équations ; il serait souhaitable de les amener systématiquement à vérifier algébriquement et graphiquement (lorsque la représentation graphique de la fonction solution est demandée) si la fonction trouvée répond aux conditions demandées.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :
1°) étudier et représenter :
a) une fonction polynôme ou une fonction rationnelle ;
b) une fonction des types : $x \mapsto f(\cos x, \sin x)$; $x \mapsto f(\tan x)$

c) une fonction obtenue par composition, combinaison linéaire, produit ou quotient de fonctions des types a) et b) précédents ;
Remarque : si un paramètre apparaît dans la définition explicite, on pourra être amené à distinguer différents cas ;

2°) une fonction du savoir-faire 1°) précédent étant donnée par une formule explicite, déterminer les points d'inflexion à sa courbe représentative (la recherche des points d'inflexion ne doit pas être systématique) ;
3°) déterminer les asymptotes obliques de la courbe représentative d'une fonction f :
a) en utilisant la définition ;
b) en écrivant f(x) = ax + b + g(x) avec $\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$ ou $\lim_{x\to-\infty} g(x)=0$, a et b réels ;
c) en déterminant les réels a et b tels que : $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)=a$ (resp. $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)=a$) et $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-ax\right)=b$ (resp. $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-ax\right)=b$) ;
Remarque : les élèves savent déjà déterminer les asymptotes à la représentation graphique d'une fonction lorsqu'elles sont parallèles aux axes de coordonnées ;
4°) étant donnée une famille de fonctions dépendant d'un paramètre, déterminer éventuellement un point appartenant à toutes les de ces fonctions ;
5°) utiliser les représentations graphiques de fonctions pour résoudre des problèmes divers : discussion et résolution d'équations $f(x)=m$ d'inéquation $f(x)\le m$, recherche d'extremum sur un intervalle,…
6°) résoudre des équations, inéquations, systèmes faisant intervenir la fonction ln ;
7°) à partir de la représentation graphique de la fonction ln, retrouver :
a) si $0< x <1$ alors $\ln(x) <0$ si $x >1$ alors $\ln(x) >0$; $\ln(1) = 0$
b) les majorations : pour tout réel x strictement positif, $\ln(x) \le x-1$ et $\ln(x) \le \frac{x}{e}$
c) les limites : $\lim_{x\to+\infty}(\ln(x))=+\infty$; $\lim_{x\to0^+}(\ln(x))=-\infty$; $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln(x)}{x}\right)=0$; $\lim_{x\to1}\left(\frac{\ln(x)}{x-1}\right)=1$
8°) retrouver : $\lim_{x\to0^+}(x\ln(x))=0$ *et* $\lim_{x\to0}\left(\frac{\ln(1+x)}{x}\right)=1$.
9°) étant donnée une fonction f dont la formule explicite s'écrit à l'aide de la fonction ln :
a) donner une écriture de f(x) qui permette d'utiliser les résultats des savoir-faire 7°) et 8°) pour trouver des limites de la fonction f ;
b) encadrer f par des fonctions dont les limites sont connues pour déterminer des limites de f ;
10°) étant donnée une fonction f dont la formule explicite s'écrit à l'aide de la fonction ln, déterminer la fonction dérivée de f, étudier et représenter f (en particulier lorsque $f=\ln\circ g$ *ou* $f=\ln\circ|g|$) ;
11°) trouver des primitives et calculer des intégrales de fonctions pouvant se mettre sous la forme $\frac{g'}{g}$;
12°) utiliser les logarithmes décimaux pour effectuer des calculs numériques, pour résoudre des problèmes concrets ou relatifs à d'autres disciplines ;
13°) en utilisant la représentation graphique de la fonction exp, retrouver :

a) les minorants : $e^x > 0$; $e^x > x + 1$; $e^x > cx$;

b) les limites : $\lim_{x \to -\infty} \left(e^x\right) = 0$; $\lim_{x \to +\infty} \left(e^x\right) = +\infty$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{e^x}{x}\right) = +\infty$

14°) retrouver : $\lim_{x \to -\infty} \left(x e^x\right) = 0$ *et* $\lim_{x \to 0} \left(\frac{e^x - 1}{x}\right) = 1$;

15°) étant donnée une fonction f dont la formule explicite s'écrit à l'aide de la fonction exp :

a) donner une écriture de f(x) qui permette d'utiliser les résultats des savoir-faire 13°) et 14°) précédents pour trouver des limites de la fonction f ;

b) encadrer f par des fonctions dont les limites sont connues pour déterminer des limites de la fonction f ;

16°) étant donnée une fonction f dont la formule explicite s'écrit à l'aide de la fonction exp : déterminer la fonction dérivée de f, étudier et représenter f (en particulier lorsque $f = \exp \circ g$)

17°) trouver des primitives et calculer des intégrales de fonctions de la forme : $g'.e^g$;

18°) à partir de la définition de la fonction exponentielle de base a, retrouver ses limites, sa fonction dérivée, son sens de variation et l'allure de sa représentation graphique suivant les valeurs de a.

19°) résoudre des équations, inéquations, systèmes faisant intervenir la fonction exp, la fonction exponentielle de base a ;

20°) déterminer, suivant les valeurs de α, les limites, la fonction dérivée, le sens de variation et l'allure de la représentation graphique de la fonction puissance α;

21°) trouver des primitives et calculer des intégrales de fonctions pouvant se mettre sous la forme $g'.g''$, g étant strictement positive ;

22°) étudier des fonctions du type : $x \mapsto [u(x)]^{r(x)}$;

23°) vérifier qu'une fonction donnée est solution d'une équation différentielle donnée et qu'elle satisfait aux conditions initiales ;

24°) résoudre les équations différentielles des types : $f' + k f = 0$; $f'' + k f = 0$, k réel.

IV– SUITES NUMÉRIQUES

Objectifs généraux :

La notion de suite numérique a été définie en classe de 11ème SB. En terminale, on rappellera les propriétés des suites arithmétiques et géométriques. On étudiera plus généralement les suites définies par le premier terme et une formule de récurrence, et la convergence des suites. L'étude des suites sera étroitement lié à celle des fonctions ; ainsi :

- pour approximer des nombres attachés à des fonctions, on utilisera des suites
- pour étudier le comportement des suites, on pourra utiliser les ressources du calcul différentiel et des propriétés asymptotiques de certaines fonctions (ln, exp, fonction puissance,…) ;

Enfin on montrera au travers d'exercices l'intérêt des suites, en particulier géométriques, pour modéliser des situations discrètes.
Les théorèmes complémentaires pour la convergence des suites sont :
Théorème1 : toute suite numérique croissante et majorée (respectivement décroissante et minorée) est convergente.
Théorème2 : soit un intervalle K, une suite $(U_n)_{n\in IN}$ telle que pour tout nombre naturel n, $U_n \in K$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ où f est une fonction continue sur K. si $(U_n)_{n\in IN}$ est convergente, alors sa limite est solution de l'équation f(x) = x.
Théorème3 : soient les suites $(U_n)_{n\in IN}$, $(V_n)_{n\in IN}$ et un nombre naturel p ;

Si $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n)=0$ et pour tout entier n supérieur à p, $|V_n| \leq |U_n|$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty}(V_n)=0$

Si $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n)=+\infty$ et pour tout entier n supérieur à p, $U_n < V_n$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty}(V_n)=+\infty$

Si $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n)=-\infty$ et pour tout entier n supérieur à p, $V_n < U_n$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty}(V_n)=-\infty$

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1) Tous le savoir-faire de 11ème SB ;
2) Etudier la convergence d'une suite de la forme $U_n = f(n)$ connaissant $\lim\limits_{n\to+\infty} f(n)$;
3) Prouver qu'une suite est convergente, sans chercher sa limite, en montrant qu'elle est croissante et majorée (respectivement décroissante et minorée) ;
4) Sachant qu'une suite est convergente et définie par $U_{n+1} = f(u_n)$, déterminer sa limite ou au moins un encadrement de celle-ci ;
5) Etudier la convergence d'une suite en utilisant des majorations ou minorations de suites de comportement connu (en particulier suites arithmétiques et géographiques) ;

6) Traduire et résoudre un problème concret en utilisant les suites.

B – ALGÈBRE

I – EXEMPLES DE RÉSOLUTION DE SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES

Objectifs généraux :

Donner aux élèves une méthode pratique de résolution des systèmes linéaires qui comportent plusieurs équations ; on étudiera uniquement des exemples, ne comportant pas de paramètres.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) reconnaître un système d'équations linéaires ;

2°) résoudre un système d'équations linéaires par la méthode du pivot de Gauss ;

3°) mettre en équation un problème concret se ramenant à la résolution d'un système d'équations linéaires et le résoudre.

II – DÉNOMBREMENT

Objectifs généraux :

L'outil qu'est le dénombrement, prérequis indispensable au chapitre des probabilités, est aussi réinvesti dans l'étude des nombres complexes pour la linéarisation.

Beaucoup de situations concrètes amènent à dénombrer des ensembles finis. Il faut donc habituer les élèves à modéliser de telles situations.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) établir un arbre de choix pour dénombrer ;

2°) face à une situation concrète, reconnaître si la modélisation fait appel à :

a) une application d'un ensemble fini dans un ensemble fini (reconnaître si cette application est injective, voire bijective) ;

b) un sous-ensemble à p éléments d'un ensemble fini ;

c) un arbre de choix ;

3°) calculer le nombre :

- d'applications d'un ensemble de p éléments dans un ensemble de n éléments ;
- d'applications injective d'un ensemble de p éléments dans un ensemble de n éléments ($p\leq n$)
- de bijections d'un ensemble de n éléments sur un ensemble de n éléments ;
- de sous-ensembles de p éléments dans un ensemble de n éléments ($p\leq n$) ;

4°) calculer avec les nombres A_n^p ; $n!$; C_n^p ;

5°) écrire quelques lignes du triangle de Pascal ;
6°) développer $(a + b)^n$ pour $n \leq 6$.

III – STATISTIQUES

Objectifs généraux :
Il s'agit de donner aux élèves des outils pour étudier une population sur laquelle deux caractères semblent être indépendants l'un de l'autre.
Savoir-faire :
L'élève doit être capable de :
1°) présenter une série statistique double par un tableau à double entrée ;
2°) reconstituer les deux séries statistiques marginales à partir d'un tableau à double entrée représentant une série statistique double ;
3°) une série statistique double étant donnée :
a) représenter le nuage de points associés ;
b) décider si ce nuage est justifiable d'un ajustement linéaire ;
c) effectuer éventuellement cet ajustement ;
d) organiser les calculs de la manière la plus opportune pour trouver cet ajustement ;
e) donner une interprétation des résultats obtenus.

IV – PROBABILITÉS

Objectifs généraux :
L'objectif est d'entraîner les élèves à décrire, grâce au langage des évènements et des probabilités, des expériences aléatoires. On s'appuiera d'abord sur les techniques de dénombrement pour calculer les probabilités, puis on s'en dégagera peu à peu pour utiliser efficacement les propriétés de ces probabilités. La mise en place de la notion de variables aléatoires indépendantes se fera de manière intuitive en évitant toute théorie formalisée.
Savoir-faire :
L'élève doit être capable de :
1°) une expérience conduisant à un nombre fini de résultats aléatoires étant fixés :
a) déterminer les éventualités liées à une expérience ou trouver le nombre de ces éventualités ;
b) définir en extension un évènement écrit par une phrase en langage courant (et réciproquement) ;
c) trouver l'évènement contraire d'un évènement donné, reconnaître deux évènements contraires ;
2°) une probabilité étant définie sur l'ensemble des évènements liés à une expérience aléatoire conduisant à un nombre fini de résultats :
a) déterminer la probabilité d'un évènement élémentaire ;
b) déterminer la probabilité d'un évènement A :
- dans le cas où les éventualités sont équiprobables ;
- dans le cas où les éventualités ne sont pas équiprobables, mais où l'on possède des informations suffisantes pour donner la probabilité ;

- dans le cas où la probabilité de $\overline{A}$ est connue ;
- dans le cas où A peut être mis sous la forme A = B∪C connaissant $P(B \cap C), P(B)$ *et* $P(C)$

c) déterminer la probabilité de l'évènement A sachant qu'un évènement C est réalisé ;
d) reconnaître deux évènements indépendants ;
3°) définir une probabilité sur l'ensemble des évènements liés à une expérience aléatoire conduisant à un nombre fini de résultats.
4°) reconnaître des évènements indépendants ;
5°) déterminer la probabilité du produit cartésien A×B ($P(A\times B) = P_1(A)\times P_2(B)$) ;
6°) déterminer la probabilité pour que l'éventualité A se produise exactement k fois lors des n répétitions d'une épreuve de Bernoulli ;
7°) une variable aléatoire réelle X étant définie :
a) déterminer la probabilité pour que X prenne la valeur x ($P(X = x)$);
b) déterminer la probabilité pour que X prenne les valeurs appartenant à A ($P(X\in A)$),
A étant un sous-ensemble de $\mathbb{R}$;
c) déterminer la probabilité pour que X prenne des valeurs inférieures à x ($P(X\leq x)$) ;
d) calculer $\overline{X}$ et interpréter l'espérance mathématique de X ;
e) calculer la variance de X.

<u>Objectifs généraux</u> :

La construction formelle de l'ensemble des nombres complexes est hors programme. Il s'agit de mettre en évidence l'intérêt d'étendre l'ensemble des nombres réels en lui adjoignant un élément noté i qui sera une solution de l'équation $x^2 + 1 = 0$ et de prolonger de façon naturelle dans $\mathbb{C}$ les opérations dans $\mathbb{R}$ pour obtenir une structure aussi riche.
Ce nouvel outil ne doit pas uniquement servir à résoudre des équations du second degré. Il est utilisé dans divers domaines :

- résolution d'équations algébriques ;
- calcul trigonométrique ;
- en physique ;
- en géométrie (nombres complexes et transformations).

<u>Savoir-faire</u> :

L'élève doit être capable de :

1°) calculer dans $\mathbb{C}$ en utilisant la plus économique des trois formes

- a + ib (on entrainera les élèves à calculer comme dans en utilisant $i^2 = -1$)
- z ou $\overline{Z}$;
- $\rho(\cos + i \sin \theta)$;

2°) passer de la formule algébrique d'un nombre complexe non nul à sa forme trigonométrique ;
3°) caractériser un nombre réel (respectivement un nombre imaginaire pur) en utilisant ;

- les parties réelles et imaginaires
- le conjugué ;
- un argument ;

4°) traduire une situation géométrique par une relation dans ℂ et inversement ; par exemple :
$M \in C(O;5) \quad \Leftrightarrow \quad |z| = 5 \; où \; z \; est \; l'affixe \; de \; M$

(OM)⊥(OM') ⇔∃k∈ℝ*/ z'= kiz où z'et z sont les affixes respectives de m et M'
5°) trouver les racines carrées d'un nombre complexe écrit sous forme algébrique ;
6°) résoudre une équation du second degré ou une équation s'y ramenant ;
7°) déterminer les racines $n^{ième}$ d'un nombre complexe non nul et les représenter dans le plan

8°) trouver la transformation de ℂ associées à :

- une translation ;
- une homothétie ;
- une rotation ;
- une symétrie orthogonale d'axe (OI) (respectivement (OJ)) ;

9°) trouver la transformation de associées à une similitude directe donnée :

- soit par son centre, son rapport et son angle ;
- soit par deux points distincts et leurs images ;

10°) une similitude directe S du plan étant donnée par sa transformation associée de ℂ, trouver ses éléments caractéristiques (S peut être une isométrie, une homothétie,…)
11°) une similitude indirecte S'telle que : S = S'∘s où s est la symétrie orthogonale d'axe (OI).

C– GÉOMÉTRIE

I- VECTEURS DE L'ESPACE

Objectifs généraux :

Etendre à l'espace les résultats établis dans l'ensemble des vecteurs du plan.
L'ensemble des vecteurs de l'espace sera désigné par W. on définira l'addition des vecteurs et leur multiplication par un réel, et on donnera leurs propriétés.
On s'abstiendra de parler du groupe ($\mathcal{W}$, +) et de l'espace vectoriel réel ($\mathcal{W}$, + , ×).

Savoir-faire :
L'élève doit être capable de :
1°) utiliser les propriétés de l'addition des vecteurs et de la multiplication d'un vecteur par un réel pour simplifier des écritures de vecteurs ;
2°) prouver que deux vecteurs sont colinéaires, que trois vecteurs sont coplanaires, qu'un triplet de vecteurs est une base de $\mathcal{W}$;
3°) décomposer un vecteur donné suivant une base de $\mathcal{W}$, préciser ses coordonnées dans cette base ;

4°) calculer les coordonnées d'un vecteur donné par les coordonnées dans un repère d'un de ses représentants ;
5°) les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant donnés par leurs coordonnées dans une base, calculer les coordonnées dans cette base des vecteurs $\vec{u}+\vec{v}$; $\alpha\vec{u}$ et $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ (α et β réels donnés) ;

6°) utiliser la définition la mieux adaptée pour calculer un produit scalaire (algébrique, trigonométrique, analytique) ;
7°) utiliser les propriétés du produit scalaire pour transformer une expression ;
8°) prouver qu'un triplet de vecteurs est une basez orthonormée de $\mathcal{W}$;
9°) calculer $\|\vec{u}\|$ et $\vec{u}\bullet\vec{v}$ connaissant les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans une base orthonormée.

II - CONIQUES

Objectifs généraux :

L'introduction géométrique des coniques doit permettre aux élèves d'éviter de réduire la notion de conique à un ensemble d'équations algébriques.
Certes, des résultats de géométrie analytique sont à connaître ou à savoir retrouver à partir de constatations géométriques, mais l'aspect découverte d'une figure, construction d'une figure à l'aide de moyens empiriques ou géométriques est à développer ici ; en particulier, c'est l'occasion d'entraîner les élèves à analyser une figure pour en déduire un programme de construction.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) donner un programme de construction point par point de chacune des coniques et l'exécuter ;

2°) reconnaître géométriquement les éléments caractéristiques d'une conique donné ;

3°) construire géométriquement la tangente à une conique en un point de cette conique ;

4°) choisir un repère orthonormé convenable pour obtenir l'équation réduite d'une conique ;

5°) le plan étant muni d'un repère orthonormé et l'équation réduite d'une conique étant donnée :
a) préciser les éléments caractéristiques de cette conique ;
b) construire cette conique ;
c) écrire une équation de la tangente en un point donné ;
d) si la conique est une hyperbole, donner l'équation de chacune de ses asymptotes ;

6°) le plan étant rapporté à un repère orthonormé, reconnaître l'ensemble des points M(x ;y) du plan tels que : $ux^2 + vy^2 + w = 0$ (u ; v ; w réels donnés)

7°) l'équation réduite d'une conique étant donnée dans un repère orthonormé, un point M du plan étant donné par ses coordonnées, situer le point M par rapport à cette conique.

Terminale SH

I. La notion de Limites

II. Dérivation

III. Fonctions logarithme et exponentielle

IV. Activités algorithmiques

V. Dénombrement

VI. Statistiques

I- LA NOTION DE LIMITE DU POINT DE VUE DESCRIPTIF ET CULTUREL

Objectifs généraux :
Il ne s'agit d'aboutir à la définition mathématique générale, encore moins de l'utiliser, mais de donner un sens, en relation avec les graphiques obtenus en 11ème SH, aux expressions :

« f(x) tend vers $+\infty$ en $+\infty$ » , «f(x) tend vers ℓ en $+\infty$ », « f(x) tend vers $+\infty$ en 0 à droite »,

Savoir-faire :
L'élève doit être capable, f étant une fonction polynôme ou une fonction rationnelle donnée, de déterminer l'ensemble de définition D_f de f et les limites de f aux bornes de D_f.

II– DÉRIVATION : COMPLÉMENTS ET APPLICATIONS

Objectifs généraux :
Élargir le champ des fonctions numériques d'une variable réelle que les élèves sont capables d'étudier et de représenter graphiquement. Pour atteindre cet objectif, de nouveaux outils sont introduits : dérivée d'une somme, d'un produit, d'une puissance, d'un quotient et de la composée des fonctions.

Savoir-faire :
L'élève doit être capable de :

1°) calculer le nombre dérivé en un point d'une fonction polynôme, d'une fonction rationnelle en utilisant les formules usuelles de dérivation de :

$$f+g\ ;\quad \alpha f\ \ (\alpha \in IR);\quad f\times g;\quad f^{n}\ (n\in IN^{*});\quad \frac{1}{f}\ ;\ \frac{f}{g}\ ;$$

2°) calculer le nombre dérivé en un point d'une fonction en utilisant la dérivée d'une fonction composée ;

3°) connaissant le nombre dérivé en x_0 d'une fonction f, tracer la tangente au point d'abscisse x_0 à la courbe représentative de f sans utiliser l'équation de cette tangente, puis trouver une équation de cette tangente ;

4°) étudier et représenter graphiquement une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3, une fonction rationnelle du type : $x \mapsto \dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ *avec* $d \neq 0$;

5°) étant donnée une fonction rationnelle f du type ci-dessus :

a) prouver que la droite donnée ($\mathcal{D}$) d'équation y = αx + β est asymptote à la courbe représentative ($\mathcal{C}$) de f (est hors programme l'étude des limites de $\dfrac{f(x)}{x}$ *et de* $f(x)-\alpha x$) ;

b) préciser les positions de ($\mathcal{C}$) et ($\mathcal{D}$) ;

Remarque : pas de recherche systématique d'asymptote oblique.

6°) résoudre graphiquement et discuter éventuellement des équations du type :

f(x) = m, $m\in\mathbb{R}$; f(x) = g(x) ; des équations du type : $f(x) \leq g(x)$; $f(x) < g(x)$.

III– FONCTIONS LOGARITHME ET EXPONENTIELLE

Objectifs généraux :

Calculer l'aire de certaines surfaces planes. Elargir le champ des fonctions connues des élèves par l'étude des fonctions logarithme et exponentielles.

Savoir-faire :
L'élève doit être capable de :

1°) des fonctions numériques f et F étant données par des formules explicites, prouver que F est une primitive de f sur un intervalle I donné ;
2°) étant donnée une fonction numérique f dont on sait déterminer une primitive sur l'intervalle donné [a,b], déterminer la primitive de f qui prend la valeur donnée y_0 en un point donné x_0 de I ;
3°) calculer l'intégrale $\int_a^b f(x)\,dx$ lorsque l'on sait déterminer une primitive de f sur [a,b] ;
4°) étant donnée une fonction f dont on sait déterminer une primitive sur [a,b] et dont on connaît la courbe représentative ($\mathcal{C}$) dans un repère orthonormé, calculer l'aire de la partie du plan limité par ($\mathcal{C}$) et par les droites d'équations y =0, x = a et x = b ;
5°) étant données deux fonctions f et g dont on connaît les courbes représentatives (C) et (C') dans un même repère orthonormé et telles que l'on sait trouver une primitive de f–g sur [a,b], calculer l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (C') et les droites d'équations x = a et x = b ;
6°) tracer la courbe de la courbe de la fonction ln et à partir de cette courbe, retrouver :

a) ln(1) = 0 si $0 < x < 1$ alors $\ln(x) < 0$; si $x > 1$ alors $\ln(x)>0$; ln(e) = 1 ;
b) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln(x)) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to0^+}(\ln(x)) = -\infty$;

7°) tracer la courbe de la fonction exp (à l'aide de celle de la fonction ln) et à partir de cette courbe retrouver :

a) exp(0) = 1 ; exp(1) = e ; $\exp(x) > 0$ pour tout réel x;
b) $\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x) = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^x) = +\infty$;

8°) dresser le tableau de variation et tracer la représentation graphique d'une fonction logarithme de base a, exponentielle de base a donnée ;
9°) résoudre des équations, inéquations, systèmes d'équations à deux inconnues faisant intervenir la fonction ln, la fonction exp, les fonctions logarithmes, les fonctions exponentielles ;
10°) utiliser les tables de logarithmes ou d'exponentielles, la calculatrice, pour effectuer un calcul, résoudre un problème concret ;

11°) utiliser les propriétés des fonctions exponentielles pour étudier le comportement de suites géométriques et de leur limite.

IV– ACTIVITÉS ALGORITHMIQUES

Objectifs généraux :

Sur des exemples, présenter des méthodes numériques d'approximation (approximation d'un réel par une suite de rationnels, méthode de dichotomie, méthode de Newton, …).
La calculette sera un outil précieux lors de la mise en œuvre de ces diverses activités.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) donner une approximation décimale (par excès ou par défaut) d'un nombre réel lorsqu'il est encadré par des suites de nombres rationnels ;
2°) l'équation f(x) = 0 admettant une solution dans un intervalle I, donner une valeur approchée de cette solution en utilisant la méthode dichotomie, la méthode de Newton ;
3°) donner une valeur approchée de l'aire de la partie du plan limitée par le graphe d'une fonction f et les droite d'équations y = 0, x = a et x = b en utilisant la méthode des rectangles ;
4°) déterminer l'ensemble des diviseurs d'un entier naturel donné.

V– STATISTIQUES

Objectifs généraux :

Il s'agit de donner aux élèves des outils pour étudier un caractère d'une population, voire deux caractères semblant être dépendants l'un de l'autre.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) tout les savoir-faire de 11ème SH, exceptés ceux associés aux caractéristiques de dispersion ;
2°) présenter une série statistique double par un tableau à double entrée ;
3°) reconstituer les deux séries statistiques marginales à partir d'un tableau à double entrée représentant une série statistique double ;
4°) une série statistique double étant donnée :

- représenter le nuage de points associé ;
- déterminer le point moyen ;
- décider si ce nuage est justifiable d'un ajustement linéaire ;
- construire éventuellement la droite optimale par ajustement à travers le nuage de points (méthode des moindres carrée) et déterminer l'équation de cette droite.

VI– DÉNOMBREMENT

Objectifs généraux :

Résoudre des situations concrètes amenant les élèves à dénombrer des ensembles finis. Pour cela on les habituera à modéliser de telles situations. L'outil dénombrement sera utilisé pour calculer des probabilités dans des cas simples (équiprobabilité).

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) établir un arbre de choix pour dénombrer ;

2°) face à une situation concrète, reconnaître si la modélisation fait appel à :
a) un couple d'un produit cartésien de deux ensembles finis ;
b) une p-liste d'éléments d'un ensemble fini ;
c) une p-liste d'éléments deux à deux distincts d'un ensemble fini ;
d) une permutation d'un ensemble fini ;
e) une partie à p éléments d'un ensemble fini ;
f) un arbre de choix ;

3°) calculer le nombre :
a) d'éléments du produit cartésien de deux ensembles finis ;
b) de p-listes d'éléments d'un ensemble fini ;
c) de p-listes d'éléments deux à deux distincts d'un ensemble fini ;
d) de permutations d'un ensemble fini ;
e) de parties de p éléments d'un ensemble fini ;

4°) calculer avec les nombres A_n^p ; $n!$; C_n^p ($p \leq n$) ;

5°) une expérience aléatoire étant donnée :

- déterminer les éventualités liées à cette expérience ou leur nombre ;
- déterminer les éventualités favorables à un évènement donné ou leur nombre ;
- calculer la probabilité d'un évènement dans l'hypothèse d'équiprobabilité.

Terminale LL

I. La notion de Limites

II. Dérivation

III. Suites Numériques

IV. Statistiques

I– LA NOTION DE LIMITE DU POINT DE VUE DESCRIPTIF ET CULTUREL

Objectifs généraux :
Il ne s'agit pas d'aboutir à la définition mathématique générale, encore moins de l'utiliser, mais de donner un sens, en relation avec les graphiques obtenus en 11ème LL, aux expressions :
« f(x) tend vers $+\infty$ en $+\infty$ » , «f(x) tend vers ℓ en $+\infty$ », « f(x) tend vers $+\infty$ en 0 à droite »,
Savoir-faire :
L'élève doit être capable, f étant une fonction polynôme ou une fonction rationnelle donnée, de déterminer l'ensemble de définition D_f de f et les limites de f aux bornes de D_f.

II– DÉRIVATION DES FONCTIONS

Objectifs généraux :
Élargir le champ des fonctions numériques d'une variable réelle que les élèves sont capables d'étudier et de représenter graphiquement. Pour atteindre cet objectif, de nouveaux outils sont introduits : dérivée d'une somme, d'un produit, d'une puissance, d'un quotient et de la composée des fonctions.
Savoir-faire :
L'élève doit être capable de :
1°) calculer le nombre dérivé en un point d'une fonction polynôme, d'une fonction rationnelle en utilisant les formules usuelles de dérivation de :

$$f+g\ ;\quad \alpha f\ \ (\alpha \in IR);\quad f\times g;\quad f^{n}\ \ (n\in IN^{*});\quad \frac{1}{f}\ ;\ \frac{f}{g}\ ;$$

2°) calculer le nombre dérivé en un point d'une fonction en utilisant la dérivée d'une fonction composée ;
3°) connaissant le nombre dérivé en x_0 d'une fonction f, tracer la tangente au point d'abscisse x_0 à la courbe représentative de f sans utiliser l'équation de cette tangente, puis trouver une équation de cette tangente ;
4°) étudier et représenter graphiquement une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3, une fonction rationnelle du type : $x \mapsto \dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ avec $d \neq 0$;
5°) étant donnée une fonction rationnelle f du type ci-dessus :
a) prouver que la droite donnée ($\mathscr{D}$) d'équation y = αx + β est asymptote à la courbe représentative ($\mathscr{C}$) de f (est hors programme l'étude des limites de $\dfrac{f(x)}{x}$ et de $f(x)-\alpha x$) ;
b) préciser les positions de ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{D}$) ;
Remarque : pas de recherche systématique d'asymptote oblique.
6°) résoudre graphiquement et discuter éventuellement des équations du type :
f(x) = m, m$\in\mathbb{R}$; f(x) = g(x) ; des équations du type : f(x) $\leq$ g(x) ; f(x) < g(x).

7°) l'équation f(x) = 0 où f est une fonction polynôme du troisième degré, admettant une solution dans un intervalle I, donner une valeur approchée de cette solution en utilisant la méthode de Newton (utilisation avantageuse d'une calculette)

III– SUITES NUMÉRIQUES

Les suites numériques sont données sous diverses formes :

- $U_n = f(n)$;
- Une formule de récurrence ;
- Un graphique ;
- Un tableau de valeurs

Objectifs généraux :

Pour les suites, comme pour les fonctions numériques, les activités numériques et graphiques seront largement exploitées afin de faire ressortir les procédés de définition d'une suite et constater ses propriétés.
On veillera à relier l'étude des suites arithmétiques et géométriques aux situations concrètes qu'elles permettent de décrire.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) déterminer quelques termes d'une suite numérique lorsqu'elle est donnée par :
- $U_n = f(n)$;
- Une formule de récurrence ;
- $U_{n+1} = f(U_n)$, la représentation graphique de f (donnée ou à construire) et un terme de la suite ;
- Un tableau de valeurs ;

2°) représenter graphiquement une suite ;
3°) montrer qu'une suite donnée est :
- croissante ou non ;
- décroissante ou non ;
- constante ou non ;
- monotone ou non ;

4°) montrer qu'une suite donnée est :
- arithmétique ou non ;
- géométrique ou non ;

5°) calculer un terme de rang quelconque, connaissant un autre terme et la raison d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.

6°) calculer la somme de n termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique ;

7°) résoudre un problème concret faisant intervenir une suite arithmétique, une suite géométrique (intérêts simples, intérêts composés, démographie, biologie).

IV– STATISTIQUES

Objectifs généraux :

Il s'agit de familiariser l'élève à un outil et au vocabulaire approprié, lui permettant d'analyser les tableaux de donnés qu'il a rencontré ou rencontrera dans les sciences expérimentales ou humaines : physique, chimie, biologie, histoire, géographie, économie…

Au cours de cette approche mathématique des statistiques, il représentera graphiquement des tableaux, ou, à l'inverse, il interprétera de telles représentations et leur associera des caractéristiques de position ou de dispersion.
Le regroupement en classes sera représenté comme une démarche naturelle visant à simplifier les tableaux de données et leur interprétation lorsque les modalités sont trop nombreuses.

Savoir-faire :

L'élève doit être capable de :

1°) organiser (coder, classer, ranger, dénombrer) sous forme de tableau des données statistiques fournies à l'état brut ;

2°) lire un tableau de données ;

3°) représenter une distribution statistique (diagrammes en bâtons, diagrammes à bandes histogrammes, diagrammes circulaires, diagrammes semi-circulaires) ;

4°) interpréter une représentation graphique d'une distribution statistique ;

5°) calculer et représenter des effectifs des effectifs cumulés, des fréquences, des fréquences cumulées ;

6°) déterminer les caractéristiques :

a) de position : mode (classe modale), médiane, moyenne, quantiles (quartiles et déciles) ;

b) de dispersion : étendue, écart moyen arithmétique, variance, écart-type.